



**Pedro Castro Gonzaga de Carvalho**

**Avaliação de empresas pré-operacionais de  
petróleo por opções reais**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes  
Co-Orientador : Prof. Luiz Eduardo Brandão

Rio de Janeiro  
Abril de 2013



**Pedro Castro Gonzaga de Carvalho**

**Avaliação de empresas pré-operacionais de  
petróleo por opções reais**

Dissertação apresentada para requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes**

Orientador

Departamento de Informática - PUC-Rio

**Prof. Luiz Eduardo Teixeira Brandão**

Co-orientador

Departamento de Administração - PUC-Rio

**Prof. Marco Antônio Guimarães Dias**

Petrobras – Rio de Janeiro

**Prof. Fernando Antônio Lucena Auibe**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 17 de abril de 2013

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Pedro Castro Gonzaga de Carvalho**

Graduou-se em Bacharel em Engenharia de Produção com domínio adicional em Estudos Adicionais em Matemática pela PUC-Rio. Aprovado nos exames de níveis I e II do CFA. Trabalhou na Leblon Equities Gestão de Recursos Ltda. e é analista financeiro na Pacifico Gestão de Recursos Ltda.

#### Ficha Catalográfica

Carvalho, Pedro Castro Gonzaga de

Avaliação de empresas pré-operacionais de petróleo por opções reais / Pedro Castro Gonzaga de Carvalho; orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes; Co-orientador: Luiz Eduardo Brandão. – 2013.

83 f.: il. (color.); 30cm

1. Dissertação (mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2013.

Inclui bibliografia

1. Matemática - Teses. 2. Matemática 3. Investimento sob incerteza. 4. Valuation. 5. Opções reais. 6. Simulação de Monte Carlo. I. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. II. Brandão, Luiz Eduardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Para meus pais, Eloisa e Paulo, que instigaram em mim o desejo por  
aprender e me apoiaram quando precisei.

Para minha avó, cujo altruísmo me inspira em todos os momentos.  
Para minha namorada Lara. Seu companheirismo foi um dos alicerces deste trabalho.

## Agradecimentos

Aos meus orientadores Hélio Lopes e Luiz Brandão. Sem os conselhos e a flexibilidade de vocês o caminho até aqui teria sido muito mais tortuoso e penoso.

Ao professor Marco Antonio Dias, cuja ajuda foi essencial para a conclusão deste trabalho.

Ao CNPq, à CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos.

À Lara, minha namorada, meus amigos e minha família, pela compreensão e apoio durante todo o processo.

Aos professores do departamento de Engenharia Industrial: Aiube, Tara e Flavia.

A todos do departamento de Matemática que participaram dessa realização, em especial: Sinésio, Thomas, Flávio, Marcos, Nicolau, Carlos, Jairo, Otávio e Creuza.

Aos professores dos meus primeiros passos em Matemática: Vilma, Mr. Page, Itaci, Sidney, Menezes, Edson e Cristiane.

Aos meus amigos Erick, Felipe e Rodrigo.

A Rogério Trindade. Sua eficiência e seu profissionalismo, usando o sistema Latex, foram essenciais na reta final.

## Resumo

Carvalho, Pedro Castro Gonzaga de; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Brandão, Luiz. **Avaliação de empresas pré-operacionais de Petróleo por opções reais**. Rio de Janeiro, 2013, 83p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho aplica a técnica de opções reais para apreçar uma companhia aberta de petróleo em estágio pré-operacional. Apesar de amplamente empregada na avaliação econômica de projetos por empresas, essa técnica ainda é pouco difundida entre investidores de ações no Brasil, dentre os quais predomina o uso de métodos de fluxo de caixa livre descontado. Estes, porém, incorporam de forma limitada as incertezas e flexibilidades inerentes a empresas pré-operacionais e de exploração e produção de petróleo. Por esse motivo, a abordagem por opções reais tem potencial para ser mais adequada neste caso. A modelagem desenvolvida considerou tanto o caso de uma opção europeia quanto de uma opção americana. Além disso, foram analisados dois processos estocásticos para o preço de petróleo: um movimento geométrico Browniano (premissa comum em finanças) e um movimento de reversão à média com saltos (hipótese mais próxima da realidade). A resolução do problema se deu primordialmente por simulação de Monte Carlo, com o emprego do algoritmo de Mínimos Quadrados de Monte Carlo para o caso da opção americana. No subcaso de um processo geométrico Browniano e de uma opção europeia, a conhecida solução analítica de Black, Scholes e Merton também foi empregada. O modelo proposto considerou apenas dados disponibilizados publicamente. Nos resultados obtidos, modelagens que consideraram incertezas geológicas típicas a uma reserva petróleo resultaram em valores superiores do que outras sem essa consideração. Também foram verificados valores superiores para os casos em que o preço de petróleo foi modelado como um movimento de reversão à média com saltos.

## Palavras-chave

Investimento sob Incerteza; Valuation; Opções Reais; Simulação de Monte Carlo.

## Abstract

Carvalho, Pedro Castro Gonzaga de; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Brandão, Luiz. **Pre-operational oil companies evaluation by the use of real options**. Rio de Janeiro, 2013, 83p. MSc Dissertation Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática.

This work employs the technique of real options to value a pre-operational public company in the oil industry. Although widely applied by companies in the economical valuation of projects, this technique is still not widely used among stock market investors in Brazil, who tend to prefer discounted free cash flow methods. Nevertheless, these account only in a limited manner uncertainties and flexibilities intrinsic to pre-operational companies, as well as those from companies involved in the exploration and production of oil. For this reason, the real options approach is potentially more adequate in this case. The developed model considered the case of an European option as well as that of an American option. Furthermore, two different stochastic processes for the oil price were analyzed: a geometric Brownian motion (a common hypothesis in finance) and a reversion to the mean with jumps. The problem was solved primarily by Monte Carlo simulation, with the Least Squares Monte Carlo algorithm being used for the case of an American option. In the specific case of a geometric Brownian motion together with an European option, the well-known analytic solution by Black, Scholes e Merton was also employed. The proposed model took into account only public available data. The results indicated higher estimates for reserve values when geological uncertainties were considered in the models. Furthermore, higher values were assessed when oil prices were modeled by mean-reversion with jumps instead of the typical geometric Brownian motion.

## Keywords

Investment under Uncertainty; Valuation; Real Options; Monte Carlo Simulation.

## Sumário

1	Introdução	12
2	Métodos de apreçamento de ativos e modelagem por opções reais	14
2.1	Apreçamento de ativos por fluxo de caixa descontado	14
2.2	Apreçamento de ativos por equivalente certo	15
2.3	Apreçamento de ativos por probabilidades neutras a risco	15
2.4	Apreçamento de ativos por opções reais	15
3	Modelo Proposto	55
3.1	Definição de variáveis do modelo desenvolvido	56
3.2	Contextualização	56
3.3	Modelos	62
4	Resultados	69
4.1	Preço do Petróleo como Movimento Geométrico Browniano	69
4.2	Preço do Petróleo como Movimento de Reversão à Média com Saltos	73
4.3	Sensibilidade de resultados à premissa de volatilidade	75
5	Conclusão	77
	Referências Bibliográficas	80



## Lista de Figuras

<b>Figura 1:</b> Distribuição de probabilidade de dimensão de saltos de Dias & Rocha (1999) .....	23
<b>Figura 1a:</b> Representação do modelo Cox-Ross-Rubinstein .....	33
<b>Figura 2:</b> Processo de Opções Reais em E&P de Petróleo .....	47
<b>Figura 3:</b> Exemplo de gráfico $VPL \times P$ para o Business Model .....	61
<b>Figura 4:</b> Distribuição de probabilidade de dimensão de saltos para “Modelo de Marlim” de Dias .....	67
<b>Figura 5:</b> Gráfico $VPL(US\$10^6) \times$ Preço do Petróleo (US\$bbl) .....	69

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 1:</b> Diferenças entre Ativos Financeiros e Reais segundo Lemme (2000) .....	16
<b>Tabela 2:</b> Trajetórias de preço da ação (Exemplo L&S) .....	40
<b>Tabela 3:</b> Fluxos de Caixa em $t = 3$ (Exemplo L&S) .....	40
<b>Tabela 4:</b> Dados para regressão em $t = 2$ (Exemplo L&S) .....	41
<b>Tabela 5:</b> Decisão de exercício antecipado ótimo em $t = 2$ (Exemplo L&S) ....	41
<b>Tabela 6:</b> Matriz de fluxo de caixa em $t = 2$ (Exemplo L&S) .....	42
<b>Tabela 7:</b> Dados para regressão em $t = 1$ (Exemplo L&S) .....	42
<b>Tabela 8:</b> Decisão de exercício antecipado ótimo $t = 1$ (Exemplo L&S) .....	42
<b>Tabela 9:</b> Estratégia de exercício ótimo (Exemplo L&S) .....	43
<b>Tabela 10:</b> Matriz de fluxos de caixa ótimos (Exemplo L&S) .....	43
<b>Tabela 11:</b> Diferença entre Opção sobre Ação e uma Reserva Não Desenvolvida segundo Paddock, Siegel & Smith .....	46
<b>Tabela 12:</b> Estimativas de Valores para a Reserva Sem Incerteza Geológica .....	75
<b>Tabela 13:</b> Estimativas de Valores para a Reserva Com Incerteza Geológica .....	75
<b>Tabela 14:</b> Sensibilidade à premissa de volatilidade para o caso de MGB .....	75
<b>Tabela 15:</b> Sensibilidade à premissa de volatilidade para o caso de MRM com Saltos .....	76

*“Monte Carlo simulations are closer to a toy  
than anything I have seen in my adult life.”*

**Nassim Taleb**, *Fooled by Randomness*.