

## 2

# Antecedentes: o Sistema de Saneamento Brasileiro e a DEA

Este Capítulo tem como objetivo fornecer ao leitor não especialista um mínimo de informação sobre o sistema de saneamento brasileiro e a técnica de análise envoltória de dados, dois elementos básicos desta dissertação.

### 2.1.

#### O Saneamento no Brasil

##### 2.1.1

##### Panorama Setorial

De acordo com o levantamento disponível em MPO (1995a), até a década de 1930 os serviços de saneamento eram prestados pelo setor público e por empresas privadas, incluindo estrangeiras, e seguiam um modelo institucional e financeiro muito flexível. O Estado brasileiro delegava a prestação de diversos serviços públicos de interesse coletivo, como o abastecimento de água e o esgotamento sanitário, nos grandes centros urbanos. Nesta época, não só as tarifas eram reais, pois não existiam subsídios, como havia uma garantia do governo de uma rentabilidade mínima às concessionárias, o que era facilitado devido ao lento crescimento da população urbana, facilitando o tratamento das questões de saneamento.

No início da década de 30, o crescimento urbano e industrial começou a pressionar o governo para uma expansão da infra-estrutura urbana de serviços, em especial os relativos a saneamento, mas a crise externa que se abatia pelo mundo, refletindo fortemente no Brasil, dificultava tais ações. Gradativamente, as concessionárias estrangeiras que operavam os serviços de água e esgoto foram estatizadas e o estado passou a gerir esses serviços. A nova política fixava o valor das tarifas abaixo do seu custo real, o que obrigava a retirada de recursos do orçamento para investir nos sistemas, mas favorecia a industrialização e incentivava o crescimento econômico (MPO, 1995a).

Nos anos 40 e 50 os serviços de saneamento básico começaram a ser assumidos pelos municípios, com a criação de Departamentos de Água e Esgoto (DAE`s) e de Serviços Autônomos de Água e Esgoto (SAE`s), que recebiam ajuda dos governos estaduais e federal, mas de maneira inconstante e insuficiente. Os poucos investimentos realizados nesse período na área de saneamento básico contribuíram para uma redução progressiva nos índices de atendimento da população, refletindo em uma cobertura de apenas 43,4% nos serviços de água e de 27,6% nos de esgoto, medidos pelo censo de 1960.

É quando surge o governo federal com o Plano Trienal de Investimentos, vislumbrando apoio aos programas de saneamento básico e destinando recursos do orçamento para tal finalidade. Tal plano teve vida curta e foi abandonado com a tomada do poder pelos militares, quando então é formulado o Programa de Ação Econômica do Governo (PAEG), prevendo cobrir 70% da população urbana até o final da década de 60 com o Programa Nacional de Abastecimento de Água, enquanto que para o esgotamento sanitário a meta seria atingir 30% dessa mesma população até 1973 (MPO, 1995a).

Contudo, importante mesmo para todo o setor de saneamento básico foram as diversas medidas adotadas entre 1964 e 1967, entre elas a criação do Banco Nacional da Habitação (BNH) em 1964, o empréstimo obtido em 1965 junto ao Banco Interamericano de Desenvolvimento (BID) para abastecimento de água e a criação do Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS) em 1966 (MPO, 1995a).

O BNH planejava implantar uma política de desenvolvimento urbano baseada na elaboração de planos diretores municipais e era responsável pelo Sistema Financeiro de Saneamento (SFS).

A liberação de recursos do BID ocorreu através de um empréstimo para a implantação do Programa de Abastecimento de Água para Pequenas Comunidades, gerando assim o primeiro programa federal de financiamento do setor.

O mecanismo que mais tarde viria a dar suporte a toda política de saneamento foi o FGTS, que passou a financiar o setor a partir de 1969. A utilização de tais recursos viabilizou a criação de diversos programas de financiamento, sendo que a partir de 1971 todos foram aperfeiçoados e ordenados sob o Plano Nacional de Saneamento (Planasa).

Ainda de acordo com o apresentado em MPO (1995a), a criação do Planasa em 1971 tinha como principal objetivo buscar a ampliação da oferta dos serviços de abastecimento de água e de esgotamento sanitário, satisfazendo as demandas criadas pelo crescimento da população urbana. Com a implantação do Planasa, a eliminação do déficit do saneamento básico passou a ser uma meta constante, quando também surgiram as primeiras idéias sobre auto-sustentação financeira do setor, o que exigiria a instituição de uma política tarifária que mantivesse o equilíbrio entre receita e despesa. As tarifas deveriam ser reais, com valores capazes de operar e manter os serviços, e também para restituir os empréstimos contratados junto ao BNH/SFS.

Mas a manutenção de tarifas realistas tornou-se uma dificuldade. Grande parte da população de baixa renda não tinha condições de arcar com os preços praticados, mesmo com os subsídios cruzados, e a capacidade dos mais ricos de subsidiarem os mais pobres tinha limites.

Ao final do período de carência dos empréstimos e os primeiros anos de retorno das aplicações, com o país ainda mergulhado em crises econômicas, ficou claro a dificuldade das companhias estaduais em saldar suas dívidas, tornando-se cada vez mais inadimplentes. Isso levou a uma redução do volume de investimentos ano após ano, em especial no período 1983/86. A Tabela 1 apresenta os valores investidos entre 1980 e 1993.

Ano	Fontes (US\$ milhões)			Recursos do OGU	
	OGU	Planasa/ Pronurb	Total	Participação (%)	Varição Anual (%)
1980	30,0	1.125,0	1.155,1	2,6	---
1981	54,0	1.409,7	1.463,7	3,7	80,0
1982	42,1	1.258,7	1.300,8	3,2	-22,0
1983	20,3	671,0	691,3	2,9	-51,8
1984	16,5	428,6	445,1	3,7	-18,7
1985	23,1	709,7	732,7	3,2	40,0
1986	31,6	743,9	775,5	4,1	36,8
1987	51,1	963,2	1.014,3	5,0	61,7
1988	46,8	1.288,7	1.335,5	3,5	-8,4
1989	102,3	817,9	920,2	11,1	118,6
1990	138,9	885,1	1.024,0	13,6	35,8
1991	275,0	804,4	1.079,4	25,5	98,0
1992	429,0	326,8	755,8	56,8	56,0
1993	442,4	234,6	677,0	65,4	3,0

Tabela 1 - Investimentos com Recursos do Planasa. OGU – Orçamento Geral da União. Pronurb – Programa de Saneamento para Núcleos Urbanos. (Adaptado Ministério do Planejamento e Orçamento (1995b))

Araújo, F. A. (2000) destaca a alteração ocorrida na distribuição dos recursos entre as esferas de governo, que reduziu consideravelmente a receita disponível para a União, aumentando as disponibilidades para os estados e municípios, o que veio dificultar as ajudas a fundo perdido e os juros subsidiados às empresas de saneamento. Tais mudanças também foram reflexos da ineficácia das aplicações a fundo perdido, que acabaram por não resolver os problemas do setor, pois, mesmo sem intenção, estimulava o desperdício e a irresponsabilidade dos dirigentes, que não se preocupavam com a gestão financeira e operacional das empresas.

Os indicadores do setor saneamento vêm refletindo as dificuldades crescentes para atendimento das necessidades da população, inclusive para manter os níveis já atingidos, visto a incapacidade de parte das empresas de operarem de maneira eficiente e viável, como também de destinar recursos para investimentos e ampliação dos sistemas existentes. Nos dias de hoje, o crédito para investimento em saneamento básico é concedido a partir da apresentação de projetos específicos e que preencham os diversos requisitos exigidos para aprovação, requisitos estes muitas vezes atrelados a acordos de melhoria contra perdas físicas e financeiros (Araújo, F. A., 2000).

### **2.1.2 O Papel do Governo**

O Estado brasileiro tem buscado cada vez mais um papel de regulador no setor de saneamento, discutindo e propondo regras e critérios que sejam adequados para a prestação dos serviços, de maneira a tornar igualitário o acesso da população a questões tão essenciais. Uma visão de modernidade tem sido compartilhar as responsabilidades entre todos os níveis, indo da esfera federal, passando pelos estados até os municípios, e destes chegando até o setor privado. Essa revisão nos papéis das esferas do poder é uma maneira de descentralizar a execução dos programas, definindo critérios para atuação e concessão dos serviços, permitindo, dessa maneira, parcerias com grupos privados (MPO, 1995a).

Um passo importante no sentido de fortalecer o papel da regulação do setor foi a criação da Agência Nacional de Águas (ANA), que é a responsável pela

implantação da Política Nacional de Recursos Hídricos, que disciplina o uso dos recursos hídricos no Brasil. Ao criar as condições técnicas para implantar essa política, a ANA, num primeiro momento, contribuirá na busca de solução para graves problemas do país, entre eles o gerenciamento da demanda, incluindo a adoção de regras de racionamento, e a poluição dos rios, quando a ação exigida tiver que ser pactuada no âmbito da bacia hidrográfica. Com uma legislação avançada, o Brasil está na vanguarda da nova mentalidade que prevê o uso racional dos recursos hídricos, sobretudo para garantir água de boa qualidade para as futuras gerações (ANA, 2002).

Além do estabelecimento de prioridades para aplicação de recursos orçamentários e do FGTS, o governo tem incentivado ações conjuntas entre municípios, ou mesmo estados, de maneira a se encontrar soluções para problemas de interesse comum. Buscando essa modernização, o Governo Federal tem trabalhado para integrar os serviços de saneamento básico com ações de saúde e meio ambiente, visando especialmente à população de baixa renda (MPO, 1995a).

### **2.1.3 Principais Atores do Saneamento Nacional**

Além dos Municípios, Estados e a União, outros atores importantes no setor de saneamento no Brasil são os prestadores de serviços, quer sejam públicos ou privados, e os órgãos reguladores.

No tocante à parcela relativa aos governos, cabe ressaltar o papel da Secretaria Especial de Desenvolvimento Urbano da Presidência da República (SEDU/PR). Tendo como principal atribuição formular e coordenar políticas nacionais para o desenvolvimento urbano, tem trabalhado para articular ações entre governo e iniciativa privada voltadas para implementação de programas de saneamento básico. Dentre esses destaca-se o Programa de Modernização do Setor Saneamento (PMSS), abordado mais adiante (SEDU, 2001).

Com relação aos prestadores de serviços, eles estão divididos principalmente quanto à sua área de atuação e sua natureza jurídico-administrativa. A base de dados utilizada, extraída do “Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgotos 2000” (SEDU, 2001), apresenta a seguinte relação e distribuição dos prestadores de serviço: a base de dados é constituída de 217

prestadores de serviços, sendo 26 de abrangência regional; 04 que extrapolam a fronteira de um único município (designados microrregionais) e 187 de âmbito local.

Com relação à área de atuação, os prestadores de serviço dividem-se em:

- regionais: abrangem diversos municípios, com sistemas integrados ou não;
- microrregionais: atendem a uma pequena quantidade de municípios, com um ou mais sistemas, fisicamente integrados ou não;
- locais: atendem a um único município, operando um ou mais sistemas, e seus distritos, quando existirem.

O Quadro 1 a seguir apresenta essa distribuição por região.

Região	Abrangência			Total
	Regional	Microrregional	Local	
Norte	7	0	13	20
Nordeste	9	0	46	55
Sudeste	4	2	78	84
Sul	3	2	34	39
Centro-Oeste	3	0	16	19
<b>Total</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>187</b>	<b>217</b>

Quadro 1 - Distribuição dos Prestadores de Serviço participantes do Diagnóstico 2000 segundo região geográfica (Adaptado de SEDU, 2001)

Do ponto de vista jurídico-administrativo, os prestadores de serviço diferenciam-se segundo a formalidade legal e administrativa a que estão submetidos, formando duas categorias:

- entidades de direito público: são os serviços administrados diretamente por departamentos da prefeitura ou por autarquias;
- entidades de direito privado: são as empresas públicas, as sociedades de economia mista, as empresas privadas e as organizações sociais.

Deve-se alertar para que não se faça confusão entre a natureza jurídica direito privado e a propriedade/administração privada das entidades. Todas as companhias estaduais de saneamento e os prestadores de serviços municipais constituídos sob a forma de empresas são entidades de direito privado, ainda que administrados indiretamente pelo poder público.

O Quadro 2 apresenta a relação entre abrangência e natureza jurídica.

Natureza Jurídica	Abrangência			Total
	Regional	Microrregional	Local	
Dir. Público	1	3	165	169
Dir. Privado	25	1	22	48
<b>Total</b>	<b>26</b>	<b>4</b>	<b>187</b>	<b>217</b>

Quadro 2 - Distribuição dos Prestadores de Serviço participantes do Diagnóstico 2000 segundo a natureza jurídica (Adaptado de SEDU, 2001)

Para facilitar o referenciamento durante este trabalho, independente de sua natureza jurídica e/ou sua área de atuação, todas as entidades de direito público ou privado serão tratadas como empresas, companhias ou mesmo unidades.

Como órgãos reguladores, a Agência Nacional de Águas (ANA) tende a ser um dos expoentes, mas seu papel como agente regulador ainda não está definido. Todavia, a principal função dessa agência é a implantação da Política Nacional de Recursos Hídricos, com foco especial para atenuar as secas prolongadas no Nordeste e a poluição dos rios, não tendo como atribuição a atuação direta junto às companhias de água e esgoto. Desta maneira, persiste a lacuna quanto a localização do órgão e seu papel regulador, se no nível Estadual ou Municipal (ANA, 2002; MPO, 2002).

Mesmo assim, as diversas formas de avaliação de eficiência são fundamentais para as ações de agências reguladoras, contribuindo decisivamente para fiscalizar, incentivar e orientar políticas na área.

#### **2.1.4 Fontes de Financiamento**

Conforme MPO (1995b), a autonomia do poder concedente para fixar as tarifas praticadas pelos prestadores de serviços é de extrema importância, pois é a partir dela que se pode pensar em ampliar a capacidade de autofinanciamento, limitando, dessa forma, a influência política no cálculo das tarifas e tornando mais transparentes a relação das empresas com o poder concedente. Assim, os fundamentos básicos das tarifas estariam assegurados, que são a cobertura dos custos operacionais e o atendimento às exigências de remuneração do capital investido.

Apesar da cobrança de tarifas dos usuários ser um pré-requisito para o efetivo exercício da autonomia gerencial e financeira nas companhias de saneamento, é difícil imaginar que elas serão suficientes para atender e sustentar as necessidades de investimentos e os propósitos de cobertura demandados. Cabe a União zelar pelo atendimento da política nacional de saneamento, visando sempre alcançar o bem-estar social, sendo que as principais fontes para tais ações são os recursos de fundos patrimoniais, com linhas de crédito específicas para o setor, e os recursos previstos no Orçamento Geral da União. Então, fica claro a importância da existência de modelos para financiamento dos investimentos no setor saneamento, de maneira a aliviar os custos financeiros e dar mais eficiência às aplicações (MPO, 1995b).

Araújo, F. A. (2000), apresenta dois programas de financiamento disponíveis: o PASS – Programa de Ação Social em Saneamento – e o Pró-Saneamento – Programa de Saneamento.

O PASS é destinado às áreas de maior pobreza e deve se concentrar na implantação de projetos de abastecimento de água e coleta de esgoto, além do tratamento e destinação final de resíduos sólidos. É executado com recursos previstos no Orçamento Geral da União, encaminhados aos estados e municípios, sendo obrigatória a aplicação de recursos próprios, em forma de contrapartida, para complementar os recursos disponibilizados pela União.

O Pró-Saneamento visa promover a melhoria das condições de saúde e da qualidade de vida da população, integrando ações de saneamento com outras políticas setoriais, para que sejam realizados empreendimentos voltados para a ampliação da cobertura dos serviços de abastecimento de água e coleta de esgoto, drenagem urbana, tratamento e disposição final de resíduos sólidos. Dividido em quatro modalidades - abastecimento de água, esgotamento sanitário, desenvolvimento institucional (para implementação de atividades que aumentem a eficiência dos prestadores de serviço) e estudos e projetos (concepções voltadas para empreendimentos relacionados à qualidade de vida e saneamento) - o programa tem como fonte de recursos o FGTS, obtidos por financiamento através da CEF. Aqui também é necessário o desembolso de recursos próprios, na forma de contrapartidas.



### 2.1.5 O Projeto para Modernização do Setor

Visto que o modelo institucional e financeiro criado no final dos anos 60 para implementação dos serviços de saneamento no Brasil vinha apresentando um prolongado processo de esgotamento, com grave risco de regressão nos índices de cobertura já verificados, e constatada a precariedade das políticas públicas para o setor, o governo federal concebeu o Programa de Modernização do Setor Saneamento (PMSS) em 1992. Co-financiado pelo Banco Mundial, o Programa tem por objetivo principal promover a modernização do setor de saneamento no Brasil e a retomada dos investimentos, sendo composto por duas linhas de ação complementares e independentes. Uma é o Componente Institucional, que pretende desenvolver estudos para a reestruturação do setor, incluindo revisão dos modelos institucionais e de financiamento, e a outra é o Componente de Investimentos e Modernização, realizado em três companhias estaduais de saneamento, visando capacitá-las técnico e financeiramente, em bases empresariais, de modo a proporcionar um efeito demonstração para as demais companhias. O desafio da modernização do setor, tomando como exemplo a adoção de uma estratégia empresarial de gestão, considera, sobretudo:

- perseguir objetivos comerciais;
- seguir padrões técnicos da contabilidade comercial;
- praticar preços de serviços e salários compatíveis com o mercado;
- adotar padrões de eficiência;
- conhecer o custo real dos serviços.

Para atingi-los, é preciso que sejam colocados à disposição dos interessados métodos e técnicas de gestão conhecidos, de acordo com as peculiaridades e potencialidades brasileiras, buscando encontrar aqueles mais adequados à realidade nacional (MPO, 1995a).

O PMSS visa contribuir para o reordenamento e a eficiência dos serviços de saneamento e, para isso, financia investimentos em expansão e melhorias operacionais nos sistemas de água e esgoto, assim como o desenvolvimento institucional, repassando recursos nas mesmas condições do financiamento institucional (SEDU, 2001).

Em sua primeira fase, encerrada em 2000, o programa demandou recursos

da ordem de US\$ 500 milhões, sendo que a metade foi financiada pelo Banco Mundial e a outra parcela correspondeu à contrapartida nacional, quando foram executados os dois componentes, o Institucional e o de Investimento, que, além de trabalharem pela proposição de instrumentos de regulação e controle, investimentos operacionais e institucionais, custearam obras em 16 cidades, inclusive capitais, beneficiando diretamente 270 mil famílias. (SEDU, 2001).

A segunda fase do programa – PMSS II – irá demandar recursos na ordem de US\$ 300 milhões, sendo US\$ 150 milhões do Banco Mundial, US\$ 93,5 milhões do The Japan Bank of International Cooperation (JBIC) e US\$ 56,5 milhões de contrapartida dos prestadores de serviços, sendo que a parte financiada pelo Banco Mundial já está sendo implantada desde o primeiro semestre de 2000, em especial nas atividades dos componentes de Reforma Institucional e Regulação e Gerenciamento e Promoção. Assim como na primeira fase, o objetivo é chegar a um reordenamento institucional do setor, seja pelo estímulo ao aumento da eficiência e da capacidade de pagamento, ou pelo apoio a novos modelos para prestação e regulação dos serviços (SEDU, 2001).

Além de tudo isso, o PMSS II destina-se também à ampliação da cobertura dos serviços de água e esgoto, de maneira sustentável e profissional, capaz de atingir o maior número de pessoas, nos estados do Norte, Nordeste e Centro-Oeste. Estima-se uma população atendida de 1.630.000 habitantes com projetos diversos para ampliação da cobertura e de melhorias operacionais (SEDU, 2001).

## **2.2**

### **A Análise Envoltória de Dados (DEA – *Data Envelopment Analysis*)**

#### **2.2.1**

##### **Introdução**

Quando se fala em resultado de uma empresa, imagina-se logo o resultado financeiro por ela gerado, sendo que intuitivamente todos tendem a pensar que a mais eficiente é aquela que conseguiu gerar o maior lucro, por exemplo. Ao se avaliar empresas prestadoras de serviços públicos, em especial as companhias de saneamento, onde a presença do Estado no controle do capital ainda é significativa, medir a eficiência dessas empresas apenas pelos índices financeiros pode não ser a melhor alternativa. Isto porque essas empresas, mesmo quando não

estatais, são sempre reguladas por diferentes governanças e os preços de mercado, quando existem, são raramente comparáveis.

A DEA é uma técnica não paramétrica utilizada para medir a eficiência de unidades semelhantes e independentes, denominadas DMU (*Decision Making Unit* ou Unidades Tomadoras de Decisão), tais como lojas de supermercados, agências bancárias, franquias de uma rede, escolas públicas, indústria e empresas da mesma, agências de correios. Ela permite trabalhar com múltiplas entradas e saídas (insumos e produtos ou *inputs* e *outputs*), o que normalmente dificulta as comparações entre as unidades avaliadas, e não exige que todas as variáveis tenham a mesma dimensão, diferenciando-se dos métodos baseados em avaliações puramente econômicas ao não necessitar de preços exógenos para converter todos *inputs* e *outputs* em unidades monetárias. Surge como uma alternativa aos métodos tradicionais de análise da tendência central e de custo benefício (Estellita Lins, 2000).

A abordagem proposta pela técnica DEA permite uma análise com uma visão diferente, a de quão eficientemente uma determinada empresa está operando em relação a outras similares, considerando-se a transformação de *inputs* em *outputs* e, por meio de uma comparação entre elas, obter um retrato do grupo avaliado. Com isso, pretende-se identificar se, independentemente dos resultados financeiros obtidos, as empresas estão utilizando seus recursos da melhor maneira possível (observando o conjunto de empresas consideradas) e operando da forma mais eficiente, inclusive apontando possíveis razões para as ineficiências detectadas. Vale destacar que, como a eficiência encontrada é relativa, nada se pode falar das unidades avaliadas com relação a outras unidades fora do grupo estudado e nem com relação a outras variáveis que não as selecionadas.

Essa técnica pode ser utilizada para avaliação da eficiência de qualquer tipo de empresa, ou mesmo de unidades ou departamentos desta, desde que as comparações sejam feitas envolvendo grupos homogêneos, permitindo a confecção de um *ranking* de eficiência, onde é possível identificar as melhores práticas do mercado. Dessa maneira, pode-se vislumbrar a identificação das causas e dimensões da ineficiência relativa de cada unidade avaliada, assim como o índice de eficiência de cada uma.

Os resultados gerados com base na abordagem não-paramétrica apresentam um melhor detalhamento do que aqueles obtidos por análises

paramétricas, permitindo uma fácil caracterização das unidades eficientes/ineficientes e das variáveis que podem ser trabalhadas para a melhoria do resultado de qualquer DMU, sendo mais adequados para servir como indicadores quanto à tomada de decisões de natureza gerencial. Tal fato tem resultado no aumento do número de adeptos da DEA, como fica evidenciado pela vasta bibliografia apresentada por Tavares (2002).

Como a técnica faz uma comparação entre as unidades avaliadas, de maneira a encontrar as melhores dentro do grupo, os pontos muito afastados da mediana dos dados, conhecidos como *outliers*, não são tratados apenas como desvios em relação aos demais, pelo contrário, pois podem sinalizar um padrão a ser seguido e estar indicando como as unidades ineficientes deveriam estar se comportando para operar eficientemente.

### 2.2.2

#### **O Conceito de DEA - *Data Envelopment Analysis***

DEA é uma técnica alternativa para extrair informações a partir de um conjunto de observações. Em contraste com os métodos paramétricos, cujo objetivo é otimizar um plano de regressões simples através dos dados, DEA busca otimizar cada uma das observações individuais contidas na amostra, calculando uma fronteira determinada pelo conjunto Pareto-eficiente das unidades avaliadas.

Ambos os métodos, paramétricos e não-paramétricos, utilizam todas as informações contidas nos dados, mas na análise paramétrica a equação de regressão é postulada, ou seja, é imposta uma forma funcional específica. Na análise DEA, ao contrário, otimiza-se a medida de desempenho de cada DMU, o que resulta num entendimento individual das DMU's, ao invés de representar uma hipotética DMU “média”. Essa técnica, por ser não-paramétrica, não precisa de uma suposição quanto ao formato da fronteira de produção eficiente, sendo que cada unidade em análise é avaliada em relação às demais unidades, restringindo-se apenas que todas as DMU's estejam na fronteira eficiente ou abaixo dela.

Em suma, o foco de DEA é nas observações individuais representadas pelas “n” otimizações, uma para cada DMU, não tendo foco nas médias e estimativas de parâmetros que estão associadas com as técnicas e aproximações estatísticas (Charnes et al., 1994).

A Figura 1 apresentada a seguir evidencia essas diferenças.

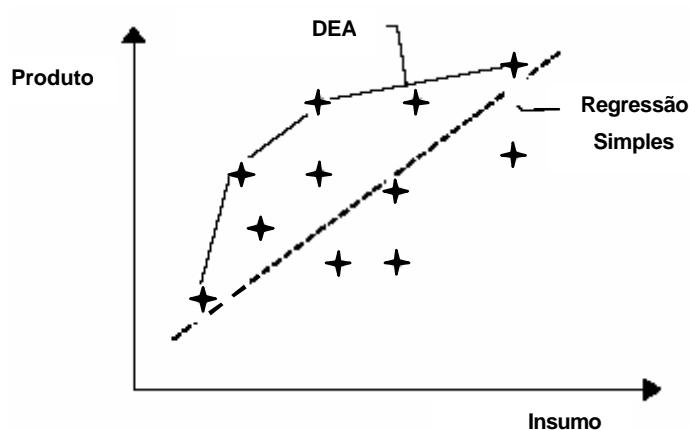


Figura 1 - Comparação de DEA com Análise de Regressão (Adaptado de Charnes et al., 1994)

Charnes et al. (1994) ressaltam que a aproximação paramétrica requer, além da imposição de uma função de produção ou outra forma funcional qualquer, que essa forma selecionada relacione as variáveis independentes com as variáveis dependentes e assumam hipóteses específicas sobre distribuição de erros, por exemplo, além de muitas outras restrições. Já DEA não necessita de nenhuma hipótese com relação à forma funcional, sendo capaz de calcular a máxima medida de desempenho para cada DMU relativa a todas as outras DMU's no conjunto de observações, partindo do requisito único de que cada DMU está sobre a fronteira de eficiência ou abaixo dela.

Em linhas gerais, para medir a eficiência de uma unidade de produção em particular, os níveis de consumo e produção da unidade observada são comparados com os possíveis níveis teoricamente encontrados no conjunto de referência. Se níveis de consumo e produção podem ser encontrados no conjunto de referência, que domina de forma estrita a DMU em teste, então a unidade testada é ineficiente. Por outro lado, uma DMU é eficiente se nenhuma outra DMU (ou combinações lineares convexas de DMU's) no conjunto de referência produzir maior quantidade de *outputs* com igual nível de *inputs* ou, se nenhuma DMU no conjunto de referência produzir o mesmo nível de *outputs* (ou mais), enquanto consome menor quantidade de *inputs*.

A Figura 2 apresenta um exemplo que ilustra essa comparação.

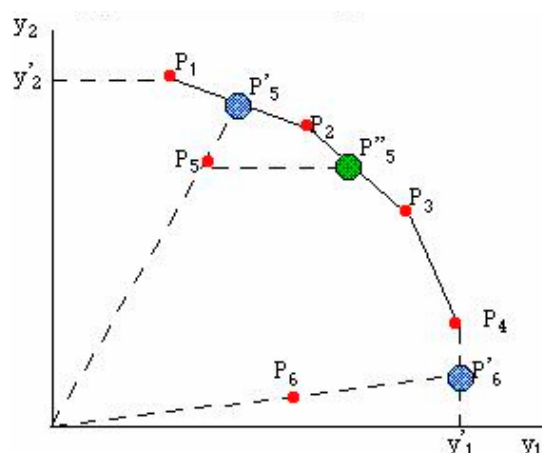


Figura 2 - Projeção da DMU na fronteira eficiente (Adaptado de DEA Tutorial, 2002)

A Figura 2 mostra um conjunto de unidades  $P_1, P_2, \dots, P_6$  com cada unidade consumindo a mesma quantidade de um único *input* e produzindo quantidades diferentes de *outputs*,  $Y_1$  e  $Y_2$ . Para uma dada quantidade de *input*, as unidades que fornecem maiores quantidades de *outputs* serão eficientes. Aplicando a técnica DEA a este conjunto de unidades, identificar-se-ão as unidades  $P_1, P_2, P_3$  e  $P_4$  como eficientes, sendo que elas traçam uma fronteira em volta das unidades  $P_5$  e  $P_6$  e que são ineficientes, formando um envelope ao redor destas duas últimas. O envelope de dados foi estendido igualmente aos eixos pelas linhas  $P_1-Y_2'$  e  $P_4-Y_1'$  para incluir todo o conjunto de dados. Para a unidade  $P_5$ , seu par, ou seja, a combinação linear que produz maior quantidade de *outputs* que  $P_5$ , porém na mesma proporção, consiste nas unidades  $P_1$  e  $P_2$ , sendo que uma possível meta para  $P_5$  é fornecido por  $P_5'$ . Estas metas são obtidas por um aumento nos *outputs* da unidade  $P_5$ .

Claramente lá existem outras metas possíveis para  $P_5$  e, por exemplo, se o nível do *output*  $Y_2$  não puder ser aumentado para  $P_5'$ , então uma meta  $P_5''$  poderia ser ajustada devido apenas a um aumento no *output*  $Y_1$ . Para a unidade  $P_6$ , o aumento conduz ao ponto  $P_6'$ . Entretanto  $P_6'$  é dominado claramente por  $P_4$ , que produz a mesma quantidade do *output*  $Y_1$  mas mais *output*  $Y_2$ . Neste caso, o aumento necessita ser suplementado por um aumento maior no *output*  $Y_2$  para fornecer um alvo eficiente. Retornando à unidade  $P_5$ , o conjunto dos alvos para  $P_5$  pode ser obtido a partir de uma média ponderada das unidades  $P_1$  e  $P_2$ . Assim  $P_5$

pode ser pensado como uma composição a partir da média ponderada dessas unidades e esta nova unidade composta fornece a meta para a unidade ineficiente.

### 2.2.3 Evolução e História

A necessidade de se medir a eficiência, entendida aqui como a capacidade de produzir o efeito desejado ao transformar *inputs* em *outputs*, remonta ao período da Revolução Industrial. A análise dos movimentos dos trabalhadores, seguida da fragmentação e especialização dos mesmos, tinha como objetivo principal maximizar a produção com a utilização da menor quantidade de insumos, impulsionando o crescimento econômico através do aumento da eficiência e da produtividade (Pine II, 1993).

Charnes, Cooper e Rhodes (1978) iniciaram o desenvolvimento da técnica DEA com base na avaliação de firmas feita por M. J. Farrel, cujos trabalhos realizados em 1957 são considerados o marco inicial dos estudos na área de DEA.

O trabalho publicado por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) foi baseado em programação matemática, voltado para a avaliação da eficiência de escolas públicas americanas, mas de forma que não precisasse recorrer ao arbítrio de pesos para cada variável de *input* ou *output*. A proposta era de um modelo voltado para *inputs*, visando reduzir os insumos gastos sem alterar a produção, mantendo retornos de escala constantes. Este foi o primeiro modelo de DEA, que passou a ser conhecido por CCR em homenagem a seus autores.

Banker, Charnes e Cooper (1984) desenvolveram um trabalho onde a suposição de retornos de escala constantes não era mais necessária. O abandono de tal suposição procura evitar situações de competição imperfeita, permitindo que os rendimentos sejam crescentes ou decrescentes na fronteira de eficiência, não exigindo que um aumento proporcional nos *inputs* se reflita num crescimento proporcional dos *outputs*. Com isso a técnica DEA ganhou mais força e tornou-se mais confiável, fazendo com que fosse aplicada na prática em diversos setores e segmentos, correspondendo a uma melhor representação da realidade. Esse novo modelo leva a sigla BCC.

Em que pese a DEA ser uma técnica recente, ela tem sofrido um processo de rápido desenvolvimento e recebido importantes contribuições, uma vez que os

modelos DEA vêm sendo modificados e melhorados, com intuito de capacitá-los e deixá-los cada vez mais apropriados para lidar com situações reais e a atender a necessidade de incorporar informações e práticas dos especialistas e dos usuários.

Diversas aplicações têm sido desenvolvidas nas áreas de educação, comércio e em vários setores públicos, sendo que no Brasil vários temas foram abordados como, por exemplo, a avaliação da eficiência de supermercados (Badin, 1997), da aplicação de recursos públicos através de programas sociais (Cardoso et al., 2002), da eficiência de instituições financeiras (Silva, 2000), de instituições de ensino superior (Abel, 2000), além de várias outras utilizações.

A seguir é apresentada uma breve revisão sobre a função de produção, sendo discutidos na seqüência, e com mais detalhes, os dois modelos básicos, CCR e BCC, que serviram de base para o desenvolvimento deste trabalho.

#### 2.2.4 A Função de Produção

Uma empresa é dita produtivamente eficiente quando ela consegue obter a máxima produção possível de um produto (*output*) dado um certo nível de insumos (*inputs*), ou quando consegue produzir um certo nível de *outputs* com um mínimo de *inputs*. As combinações ótimas envolvendo *inputs* e *outputs* são então definidas através da função de produção, uma vez que esta procura descrever quando a empresa utiliza cada combinação de *inputs* da forma mais eficaz, associados a uma determinada tecnologia (Layard, 1978).

Pode-se representar uma função de produção como:  $Q=f(x)$ , sendo  $Q$  um vetor que engloba todos os *outputs* existentes, resultando na quantidade de produtos obtidos, e  $x$ , o que corresponde aos *inputs*, implicando no total de insumos gastos. No geral, não se conhece a função de produção real, o que leva à construção de uma função de produção empírica a partir do conjunto de observações existentes.

A função Cobb-Douglas é uma das mais utilizadas quando se trata da representação da função de produção, devido à sua simplicidade e propriedades interessantes, principalmente no que diz respeito ao retorno de escala. Ela pode ser descrita como:

$$q=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = a_0 \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot x_3^{\alpha_3} \dots x_n^{\alpha_n}$$



Nessa função, o ganho de escala é dado por:

$$K = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n$$

Os estudos iniciados por M. J. Farrel em 1957 para análise de eficiência tinham como função básica a função Cobb-Douglas (Silva, 2000).

### 2.2.5 Eficiência Produtiva

Araújo, P. M. Q. (2000) faz referências ao trabalho de M. J. Farrel realizado em 1957, onde é destacada a importância teórica e prática da mensuração da eficiência produtiva. Isso representa uma importante ferramenta que pode ser utilizada no planejamento de ações de melhoria de desempenho das empresas de uma indústria.

Farrel (1957, apud Silva, 2000) subdividiu o conceito de eficiência em duas partes:

- eficiência técnica: aponta a maneira de maximizar o *output* dados certos *inputs*;
- eficiência de alocação: indica a capacidade da empresa em combinar de forma ótima um grupo de *inputs*, considerando restrições de preço e a tecnologia de produção utilizada.

Com essas duas eficiências conjugadas obtém-se a eficiência total.

Silva (2000) apresenta os dois enfoques utilizados para a obtenção da eficiência total:

- redução dos *inputs* (*input*-orientada);
- maximização dos *outputs* (*output*-orientada).

Para ilustrar essas duas abordagens, as mesmas são vistas com mais detalhes a seguir.

#### Abordagem *Input*-Orientada

Utiliza-se um exemplo simples envolvendo uma empresa que necessita de dois *inputs* ( $X_1$  e  $X_2$ ) para produzir um único *output* ( $Y$ ), considerando que a função de produção é conhecida e a condição é sob retorno constante de escala. Com isso é possível representar a tecnologia de produção usando uma isoquanta – curva de isoproducto (Araújo, P. M. Q., 2000).

Na Figura 3 apresentada em seguida, encontra-se a curva de isoquanta  $S-S'$  correspondente a um dado *output*  $Y$  fixo.

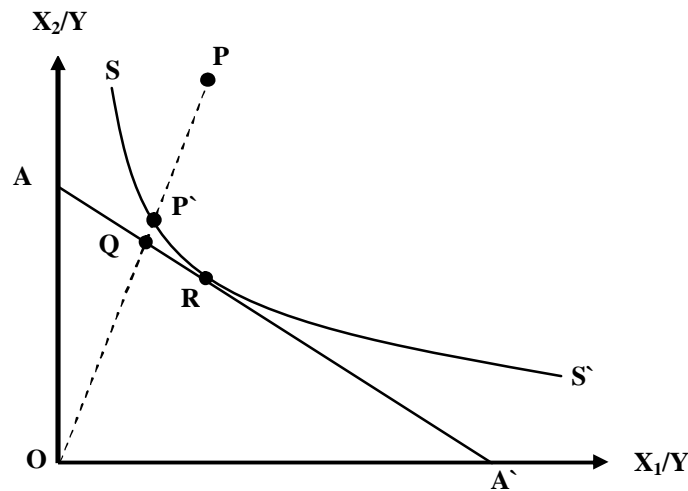


Figura 3 – Eficiência Input-Orientada

Na Figura 3, a isoquanta  $SS'$  representa as várias combinações dos dois insumos utilizados pelas firmas eficientes por unidade de produto produzido. Se uma determinada empresa usa as quantidades de insumos definidas por  $P$  para produzir uma unidade de produto,  $P'$  representa uma empresa eficiente hipotética que utiliza menos dos dois *inputs*, na mesma proporção que  $P$ , para produzir a mesma quantidade de *output*. A eficiência técnica (ET) *input*-orientada é dada por:

$$ET = \frac{OP'}{OP}, 0 < ET < 1$$

Silva (2000) ressalta que como a eficiência técnica não leva em consideração a restrição orçamentária existente nos preços dos insumos  $X_1$  e  $X_2$ , do ponto de vista dos custos dos *inputs*, a medida de eficiência de alocação será a eficiência alocativa (EA):

$$EA = \frac{OQ}{OP'}, 0 < EA < 1$$

A eficiência total (EC) é resultante dessas duas medidas e pode ser definida como:

$$EC = ET \times EA \Rightarrow EC = OQ/OP, 0 < EC < 1$$

### Abordagem Output-Orientada

Faz-se uso de um exemplo similar ao da abordagem *input*-orientada, porém aqui são produzidos dois *outputs* ( $Y_1$  e  $Y_2$ ) com apenas um *input* ( $X$ ), conforme a situação esquematizada na Figura 4 abaixo, onde se supõe fixa a quantidade de *input*  $X$ . Considerando a condição de retorno constante de escala, a tecnologia de produção é representada por  $ZZ'$  e o ponto  $Q$  representa uma empresa ineficiente, com  $DD'$  sendo a curva de isocusto, fornecendo as informações sobre preços dos *outputs*.

A eficiência técnica (ET) *output*-orientada é:

$$ET = \frac{OQ}{OQ'}, 0 < ET < 1$$

A restrição de preços imposta por  $DD'$  permite a identificação da eficiência alocativa (EA):

$$EA = \frac{OQ'}{OT}, 0 < EA < 1$$

Conseqüentemente, a eficiência total (EC) será:

$$EC = ET \times EA \Rightarrow EC = OQ/OT, 0 < EC < 1$$

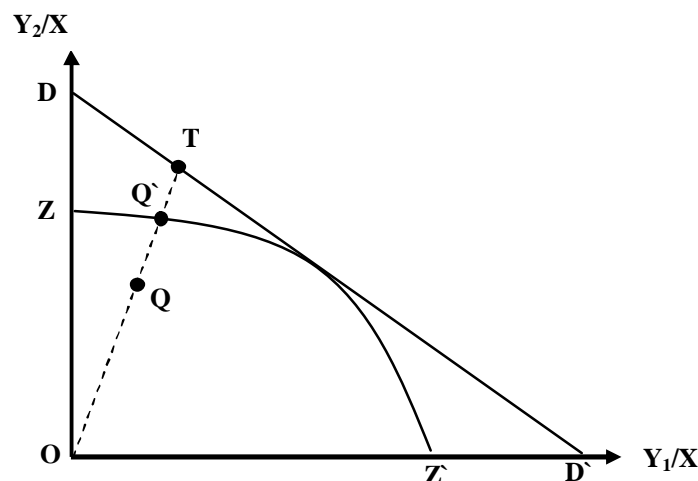


Figura 4 - Eficiência Output-Orientada

#### 2.2.6 Modelo DEA-CCR (Charnes, Cooper e Rhodes)

Charnes, Cooper e Rhodes (1978) apresentam a técnica DEA como um modelo de programação linear capaz de avaliar as atividades desenvolvidas por organizações em geral, de maneira que a eficiência de cada uma delas possa ser mensurada.

O modelo CCR, conhecido também como CRS (*Constant Returns to Scale*), vai determinar, para cada uma das unidades avaliadas, a máxima razão entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs*, sendo que os pesos são distribuídos pela otimização do próprio modelo. Supõem-se retornos constantes de escala onde crescimentos nos *inputs* resultarão em aumentos proporcionais nos *outputs*, assim como uma redução nos *inputs* significará diminuição proporcional dos *outputs*.

Suponha empresas de um determinado setor da economia, disputando espaço no mercado para seus produtos. Elas utilizam diversos insumos, os *inputs*, para a produção dos bens ou serviços desejados, os *outputs*. A produção desses *outputs* vai consumir os *inputs*, sendo que cada um destes apresenta uma importância diferente para a produção.

Essa situação pode ser representada por:

$$\frac{\sum_{i=1}^n u_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot I_i} = Z$$

onde: Z = eficiência

P = produto final (bens ou serviços)

I = insumos/matérias primas

n = quantidade de produtos

m = quantidade de insumos

u = peso dos produtos

v = peso dos insumos

Quanto maior for o valor de Z, maior a eficiência da empresa. Se o mercado determina preços para *inputs* e *outputs*, o cálculo da eficiência  $Z_k$  para cada empresa k é trivial. O desafio então é estimar os pesos relativos para se proceder a comparação das empresas em análise, de modo a determinar qual, ou quais, são eficientes, mesmo na ausência de preços de mercado.

O modelo DEA-CCR aceita, sem perda de generalidade, que o máximo valor obtido seja o da unidade mais eficiente e o mínimo seja o valor zero. Na verdade, não há preocupação com os valores absolutos obtidos por Z, mas sim com os relativos, fazendo com que a unidade mais eficiente receba nota 1, ou 100%, e sirva de padrão para as demais empresas.

A seguir é apresentada a formulação do modelo básico CCR, considerando a existência de “n” unidades sob avaliação, utilizando “r” variáveis *inputs* para produzir “s” diferentes *outputs* e tomando como unidade a ser avaliada a unidade  $k = 0$ .

$$\text{Max } Z_0 = \frac{\sum_{j=1}^s v_j \cdot O_{j0}}{\sum_{i=1}^r u_i \cdot I_{i0}}$$

sujeito a:

$$\frac{\sum_{j=1}^s v_j \cdot O_{jk}}{\sum_{i=1}^r u_i \cdot I_{ik}} \leq 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$u_i, v_j \geq 0; \forall i, j$$

onde:  $Z_0$  = eficiência relativa da DMU 0

$n$  = número de DMU`s

$s$  = número de *outputs*

$r$  = número de *inputs*

$O_{jk}$  = quantidade do *output*  $j$  produzido pela DMU  $k$

$I_{ik}$  = quantidade do *input*  $i$  consumido pela DMU  $k$

$v_j$  = peso do *output*  $j$

$u_i$  = peso do *input*  $i$

O índice 0 indica a unidade cuja eficiência está sendo examinada no momento, isto é, ele é um dos índices  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Dessa forma, a questão central passa a ser encontrar o valor das incógnitas  $u_i$  e  $v_j$ , correspondentes aos pesos de cada variável, para que a soma ponderada dos *outputs*, dividida pela soma ponderada dos *inputs* da DMU em análise seja maximizada. Os pesos encontrados são específicos da DMU atual, devendo esta operação ser repetida para cada uma das DMU`s existentes no conjunto de observações.

Como pode ser observado, a restrição existente é para que a divisão entre o *output* e o *input* virtual seja menor ou igual a 1, fazendo com que a eficiência fique dentro do intervalo  $[0,1]$ .

As empresas, unidades ou departamentos que se destacam e servem de modelo para as demais recebem o valor maior, no caso, 1 ou 100%. Caso mais de uma receba o valor unitário, isso indica que todas essas são eficientes.

O modelo apresentado anteriormente é fracionário e qualquer múltiplo de uma de suas soluções ótimas é também uma solução ótima. Por isso pode, com vantagem, ser transformado num problema de programação linear (Charnes et al., 1994). Para tanto, uma forma conveniente é igualar o denominador a um e maximizar o numerador.

Obtém-se então:

### Modelo DEA-CCR *input*-orientado

#### **Primal**

$$\text{Max } Z_0 = \sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{j0}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{i0} = 1$$

$$\sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{jk} - \sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{ik} \leq 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$u_i, v_j \geq 0; \forall i, j$$

O modelo descrito acima é orientado a *input*, ou seja, objetiva minimizar os insumos mantendo o nível de produção atual. Observe-se que o valor ótimo de  $Z_0$  está contido em  $[0,1]$  visto que o índice  $k = 0$  é um dos índices  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Usando a dualidade da programação linear pode-se construir, a partir do modelo inicial (primal), um outro modelo relacionado (dual).

#### **Dual**

$$\text{Min } \theta$$

sujeito a:

$$-O_{j0} + \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet O_{jk} \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, s$$

$$\theta \bullet I_{i0} - \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet I_{ik} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$\lambda_k \geq 0; \forall k$$

O modelo primal possui  $(r+s)$  variáveis, portanto o dual terá  $(r+s)$  restrições. O primal tem  $(n+s+r+1)$  restrições, sendo que normalmente o número de DMU's, "n", é maior do que  $r+s$  (a soma do número de *inputs* com *outputs*).

No modelo primal a solução é um conjunto de pesos dos *inputs* e *outputs*, enquanto que no dual é um vetor que a relaciona a DMU analisada com os demais membros do conjunto de DMU's.

O modelo acima pode ser interpretado como: tente construir uma DMU fictícia (combinação linear não negativa com multiplicadores  $\lambda_k$  de todas as DMU's, incluindo a que está sendo analisada), tal que cada um de seus *outputs* não seja inferior ao correspondente da unidade em exame e que cada um dos seus *inputs* seja não mais do que uma fração do *input* correspondente da unidade em exame. Se a fração do *input* ( $\theta$ ) for menor do que um, é porque pode-se construir uma unidade fictícia com *outputs* não inferiores ao da unidade em exame e que consome menos de cada *input* do que essa mesma DMU em exame, demonstrando então que esta não é eficiente. Caso contrário, a fração  $\theta$  será igual a um, demonstrando ser eficiente a unidade que está sendo examinada. A fração  $\theta$  jamais será maior do que um, pois a DMU fictícia poderá se degenerar na própria DMU em exame, caso em que o  $\theta$  será claramente igual a um.

Outra forma de interpretar o problema acima é que a DMU fictícia é uma projeção da DMU em exame sobre uma faceta da fronteira eficiente. Se a projeção for a própria DMU, então ela será eficiente.

No modelo dual visto anteriormente, são fixados os *outputs* da DMU em exame como limites para os *outputs* da DMU fictícia e tenta-se minimizar os seus *inputs*.

A seguir será analisado o modelo orientado para *output*, em cujo dual os *inputs* da DMU em exame são fixados como limites para os *inputs* da DMU fictícia, enquanto tenta-se maximizar seus *outputs*. Olhando-se para o primal, nessa orientação o valor ponderado dos *outputs* é fixado enquanto se busca minimizar o valor ponderado dos *inputs*.

### Modelo DEA-CCR *output*-orientado

#### **Primal**

$$\text{Min } Z_0 = \sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{i0}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{j0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{ik} - \sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{jk} \geq 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$u_i, v_j \geq 0; \forall i, j$$

Da mesma forma, aplicando a dualidade:

#### **Dual**

$$\text{Max } \varphi$$

sujeito a:

$$-I_{i0} + \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet I_{ik} \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$\varphi \bullet O_{j0} - \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet O_{jk} \leq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, s$$

$$\lambda_k \geq 0; \forall k$$

### **2.2.7**

#### **Modelo DEA-BCC (Banker, Charnes e Cooper)**

Banker, Charnes e Cooper (1984) desenvolveram um modelo DEA para analisar empresas operando sob a condição de retorno variável de escala.

O modelo BCC, cuja sigla homenageia seus criadores como no modelo CCR, é conhecido também por VRS (*Variable Returns to Scale*) e leva em conta que a ocorrência de um acréscimo nos *inputs* poderá provocar um acréscimo não necessariamente proporcional nos *outputs*. Esse modelo, apesar de ter uma capacidade discriminatória menor, aparenta ser mais próximo das situações reais vividas pelas empresas em seu dia-a-dia.



A obtenção do modelo DEA-BCC é conseguida através da inclusão de uma nova restrição, que irá garantir que a unidade em análise seja comparada com uma combinação linear convexa das demais unidades, ao invés de uma combinação linear não-negativa como ocorre no modelo DEA-CCR.

O problema de programação linear então é:

### Modelo DEA-BCC *input*-orientado

#### **Dual**

Min  $\theta$

sujeito a:

$$-O_{j0} + \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet O_{jk} \geq 0, \quad j=1,2,3,\dots,s$$

$$\theta \bullet I_{i0} - \sum_{k=1}^n \lambda_k \bullet I_{ik} \geq 0, \quad i=1,2,3,\dots,r$$

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$$

$$\lambda_k \geq 0; \forall k$$

Pode-se notar que o que ocorre é a inclusão da restrição de convexidade no problema dual do DEA-CCR.

Todas as variáveis anteriores estão descritas da mesma maneira que no modelo DEA-CCR (Seção 2.2.6), pois os modelos BCC têm estruturas semelhantes aos modelos CCR.

A restrição adicional de igualdade  $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$ , restrição de convexidade, reduz o conjunto de possibilidades de produção viável e converte uma tecnologia de retorno de escala constante em uma de retorno de escala variável.

Aplicando novamente a dualidade ao problema dual da página anterior, obtém-se:

#### **Primal**

$$\text{Max } Z_0 = \sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{j0} + x_0$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{i0} = 1$$

$$\sum_{j=1}^s v_j \bullet O_{jk} - \sum_{i=1}^r u_i \bullet I_{ik} + x_0 \leq 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$u_i, v_j \geq 0; \forall i, j$$

$x_0$  irrestrito

A adição da variável  $x_0$  é a diferença da formulação BCC para CCR.

Como pode ser visto em Banker, Charnes e Cooper (1984), essa variável  $x_0$  está ligada diretamente ao retorno de escala, onde no problema primal ela informa se os retornos são crescentes, constantes ou decrescentes, isto é:

$$x_0 < 0 \Rightarrow \text{retorno crescente de escala}$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow \text{retorno constante de escala}$$

$$x_0 > 0 \Rightarrow \text{retorno decrescente de escala}$$

A Figura 5 que aparece a seguir ilustra as teorias vistas anteriormente nas seções 2.2.6 e 2.2.7, valendo-se do uso de um único *input* (insumo) e um único *output* (produto).

Usando a orientação a *input* a fronteira do modelo BCC (VRS) é formado pelas DMU's A, B e C (linhas pontilhadas). No caso do CCR (CRS) é formado pela linha reta (cheia) originada na origem e passando pelo ponto A. Embora as DMU's A, B e C sejam eficientes com o modelo BCC (VRS), somente a DMU A mostra-se eficiente com o modelo CCR (CRS). Mesmo as DMU's que se mostraram ineficientes com o modelo BCC (VRS) - E, D e F - experimentam uma queda em seus índices de eficiência.

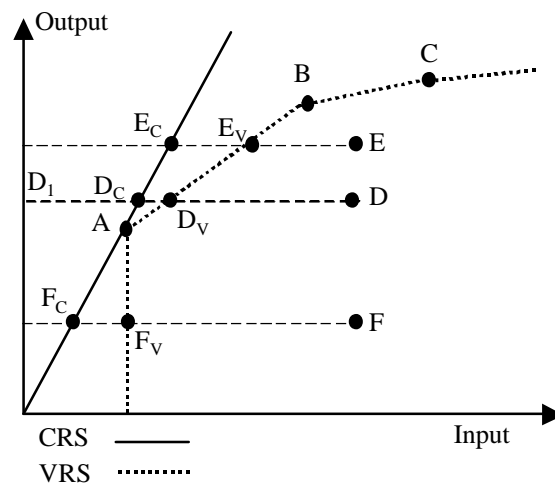


Figura 5 – Comparação entre CRS e VRS (Adaptado de Tutorial in DEA, 2002)

Independente do modelo selecionado, a técnica DEA forma um panorama do desempenho de uma DMU quando ela é comparada com outras DMU's.

## 2.2.8 Definição das Unidades Tomadoras de Decisão – DMU's

A técnica DEA tem como propósito avaliar a eficiência de forma relativa, considerando unidades que pertençam a um conjunto homogêneo, de modo que as comparações entre as DMU's façam sentido.

Moita (1995) destaca duas características para expressar a homogeneidade desse conjunto:

- as unidades em consideração desempenham as mesmas tarefas, com os mesmos objetivos;
- os fatores (*input* e *output*) que caracterizam o desempenho de todas as unidades do grupo são iguais, exceto por diferenças em intensidade e magnitude.

Há ainda outra preocupação, relativa ao tamanho da amostra, de maneira a permitir efetivamente a discriminação entre as unidades eficientes e ineficientes.

Segundo Golany & Roll (1989, apud Moita 1995), antes da definição das variáveis é necessário determinar o tamanho do grupo a ser analisado. Há uma tendência de se aumentar o número de unidades, pois, dentro de uma população grande tem-se maior probabilidade de que sejam identificadas unidades de alto nível de desempenho, capazes de determinar a fronteira de eficiência. Um conjunto maior de unidades possibilita, além disso, a incorporação de mais fatores dentro da análise. Por outro lado, um grande número de unidades no conjunto

analisado pode diminuir a homogeneidade dentro desse mesmo conjunto, aumentando a possibilidade de os resultados serem afetados por fatores exógenos, desconsiderados pela modelagem, e que não são de interesse da pesquisa num primeiro momento. Além disso, se forem muitos os *inputs* e *outputs* e poucas as DMU`s, a análise poderá resultar em todas DMU`s serem eficientes, um resultado um tanto desinteressante. A partir da observação de casos práticos, alguns autores recomendam que o número de unidades deve ser no mínimo duas vezes o número de *inputs* e *outputs* considerados.

Abel (2000) destaca que não há uma regra fixa acerca do número de DMU`s a ser utilizado para determinado estudo e cita outros autores que também recomendam um número mínimo de unidades necessárias para avaliação. No geral, o tamanho dessa amostra mínima, recomendada em base empírica, situa-se entre duas e três vezes a soma dos *inputs* e *outputs* considerados. De qualquer modo, é importante buscar relevância e parcimônia na escolha das variáveis representantes dos *inputs* e dos *outputs*, ou seja, considerar apenas todas que forem relevantes e necessárias.

No presente trabalho, as DMU`s serão representadas pelas companhias de saneamento. É importante ressaltar que a eficiência relativa a ser obtida, logo após a aplicação do método, será referente apenas às companhias e variáveis selecionadas. Estabelece-se assim um limite para as conclusões obtidas, uma vez que fatores que não estão sendo analisados, ou mesmo outros não controlados pelas DMU`s, podem estar atuando mas não sendo considerados.

Moita (1995) e Abel (2000) destacam que a escolha e a determinação das DMU`s para entrar no processo de avaliação DEA são afetadas por dois tipos de fronteiras. Uma inclui as fronteiras organizacionais, físicas ou regionais que definem as unidades individuais. A outra se refere aos períodos de tempo usados para medir as atividades das DMU`s. Preferencialmente o período de tempo a ser considerado deve ser o período "natural". Considerando a duração de tais períodos, deve-se considerar que períodos longos podem obscurecer mudanças importantes que estejam ocorrendo com as unidades, enquanto períodos muito curtos podem dar uma figura incompleta das atividades das DMU`s.

No caso prático desenvolvido neste trabalho, a questão tempo é encarada sob o ponto de vista de dados anuais, já que as informações disponíveis retratam um período de um ano e, justamente por isso, é possível eliminar as variações que

ocorrem nas operações em sistemas de saneamento devido às mudanças de estação climática.

### **2.2.9 Definição das Variáveis – *Inputs* e *Outputs***

A literatura sobre DEA não destina especial atenção à escolha das variáveis que serão utilizadas para modelagem do problema. Geralmente a seleção dessas variáveis é feita baseada na experiência dos profissionais envolvidos, aliada à capacidade de intuição para apontar qual variável tem maior poder de influência no desempenho da atividade ora em análise. As características da base de dados disponível também contribuem para condicionar a escolha dos fatores relevantes para o modelo.

Quando há situações em que a quantidade de variáveis é pequena frente ao grande número de observações, não se justifica a preocupação em buscar técnicas para a seleção de variáveis. Porém, mesmo na ocorrência de um reduzido número de DMU's em relação ao número de possíveis *inputs/outputs*, a maioria dos autores não tem destacado a necessidade de um procedimento para escolha das variáveis. Eles têm-se limitado a afirmar que as variáveis selecionadas são as que melhor descrevem o desempenho das unidades sob análise (Estellita Lins, 2000).

De acordo com Thanassoulis (1996, apud Estellita Lins 2000), a escolha das variáveis ou mesmo alterações no conjunto selecionado de *inputs* e *outputs*, poderá ter influência na hora de determinar a fronteira eficiente, gerando importantes repercussões no resultado do processo de avaliação, podendo interferir na análise das unidades que serão eficientes ou ineficientes.

A listagem inicial de variáveis a ser considerada para avaliar o desempenho das DMU's deve ser sempre a maior possível. Entretanto, a introdução de um grande número de fatores na análise resultará em muitas diferenças entre as DMU's, sendo que isto poderá alterar as unidades comparadas, resultando em um grande número de unidades com elevadas taxas de eficiência. Determinados fatores podem ser controláveis (fatores gerenciais) ou não-controláveis pelas DMU's (fatores ambientais ou interferências governamentais, por exemplo). Toda e qualquer variável tem de ser classificada como *input* ou *output* antes de se iniciar a metodologia DEA.

Visando a redução da listagem inicial para inclusão somente dos fatores mais relevantes, Golany & Roll (1989, apud Moita 1995) foram os primeiros a tentar consolidar e estruturar os procedimentos para aplicação de DEA. Os fatores selecionados devem buscar claramente distinguir entre as unidades comparadas e trabalhar eficientemente o objetivo da análise. Eles propuseram que este refinamento e seleção fossem realizados em três estágios:

- seleção criterial;
- análises quantitativas não-DEA;
- análises baseadas no DEA.

O primeiro critério trata da subjetividade da análise das variáveis. Há fatos que merecem ser observados: algumas variáveis podem estar repetindo as mesmas informações (dependência funcional); certas variáveis podem não ser relevantes para a análise de eficiência; os dados podem não ser confiáveis e seguros para utilização no modelo.

Uma análise de causalidade, com o apoio de especialistas da área em questão, é importante para uma seleção mais adequada.

No segundo critério pode-se pensar na utilização de regressões estatísticas para análise das variáveis, servindo como auxiliar na determinação se um certo fator é *input* ou *output*, além de possibilitar avaliar o grau de relevância. Pode-se também fazer a análise de correlação para identificar a relação que existe entre os *inputs* e *outputs*, indicando que devem permanecer na lista aqueles fatores que estão bem correlacionados. A análise de correlação tende a eliminar as inconsistências existentes nas informações coletadas (Moita, 1995; Estellita Lins, 2000).

O terceiro critério, ou seja, o último passo no processo para examinar e refinar a lista de fatores, consiste na realização de testes usando modelos do próprio DEA. Os fatores que permaneceram na lista final devem ser considerados no modelo, cujos resultados, podem então, ser examinados estritamente (Moita, 1995).

### 2.2.10 Orientação dos Modelos DEA

A análise das unidades sob estudo pode ser efetuada utilizando-se as formulações tradicionais dos modelos DEA-CCR e DEA-BCC, apresentados anteriormente.

Os modelos DEA, em condições de retornos de escala constante ou variável, apresentam dois principais enfoques, que devem ser definidos para aplicação no estudo prático. São eles:

- orientação *input*: busca a redução dos insumos utilizados, mantendo o nível atual de produção dos *outputs*;
- orientação *output*: busca a maximização dos produtos/serviços gerados, sem aumentar o nível atual dos *inputs* utilizados.

A escolha de um destes enfoques depende de quais pressupostos forem adotados na condução da pesquisa, em especial quanto ao comportamento esperado das unidades tomadoras de decisão, as DMU's. Isso porque os modelos com orientação para *input* entendem que o objetivo das DMU's está relacionado à minimização dos custos, dado o nível de produção existente; enquanto que os modelos com orientação para *output* assumem que o objetivo de cada unidade está ligado à maximização das receitas, face ao aumento do nível de produção, mantido os insumos existentes.

Na bibliografia existente encontram-se aplicações com diferentes enfoques, buscando adequar o modelo utilizado às questões específicas concernentes à pesquisa em desenvolvimento. Por exemplo, Silva (2000) utiliza um enfoque nos *outputs* em busca do maior resultado possível para as DMU's, enquanto que Thanassoulis (2000b) enfoca minimizar os *inputs* para verificar possíveis economias na utilização dos recursos.