

**Adelailson Peixoto da Silva**

**Extração de Malhas  
Adaptativas em  
Multi-resolução a partir de  
Volumes, usando  
Simplificação e Refinamento**

**TESE DE DOUTORADO**

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA  
Programa de Pós-graduação em  
Informática**

Rio de Janeiro  
Outubro de 2002



**Adelailson Peixoto da Silva**

**Extração de Malhas Adaptativas em  
Multi-resolução a partir de Volumes,  
usando Simplificação e Refinamento**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em  
Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio  
como parte dos requisitos parciais para obtenção do título  
de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Marcelo Gattass  
Co-Orientador: Prof. Luiz Carlos Pacheco R. Velho

Rio de Janeiro  
Outubro de 2002



**Adelailson Peixoto da Silva**

**Extração de Malhas Adaptativas em  
Multi-resolução a partir de Volumes,  
usando Simplificação e Refinamento**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcelo Gattass**

Orientador  
Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Luiz Carlos Pacheco R. Velho**

Co-Orientador  
Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Marcelo Dreux**

PUC-Rio

**Prof. Luiz Henrique de Figueiredo**

IMPA

**Prof. Luiz Fernando Martha**

PUC-Rio

**Prof. Paulo César P. Carvalho**

IMPA

**Prof. Paulo Roma Cavalcanti**

UFRJ

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 04 de Outubro de 2002

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Adelailson Peixoto da Silva**

Graduou-se em Ciência da Computação na Universidade Federal de Alagoas. Fez mestrado na PUC-Rio em Computação Gráfica.

#### Ficha Catalográfica

Peixoto, Adelailson

Extração de Malhas Adaptativas em Multi-resolução a partir de Volumes, usando Simplificação e Refinamento/ Adelailson Peixoto da Silva; orientador: Marcelo Gattass; co-orientador: Luiz Carlos Pacheco R. Velho. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2002.

v., 105 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Objetos Implícitos. 3. Reconstrução de Superfícies. 4. Objetos Gráficos em Multi-resolução. 5. Geometria Computacional. 6. Modelagem Geométrica. I. Gattass, Marcelo. II. Velho, Luiz. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 510

## Agradecimentos

A Deus, por tudo.

A minha querida família em Arapiraca-AL e a minha segunda família em Maceió.

Ao meu orientador, Luiz Velho, pela dedicação, oportunidade e apoio sempre prestados aos seus orientandos.

Ao Departamento de Informática da PUC-Rio e, em especial, ao prof. Marcelo Gattass pelo apoio que sempre me prestou.

Aos meus amigos da PUC-Rio, que sempre foram muito importantes em todos os momentos.

Aos meus grandes amigos do IMPA. Sem dúvidas, esta instituição representou um papel fundamental na minha vida, não só pela grandeza acadêmica, como também pela grandeza humana.

Aos meus queridos e eternos amigos do Visgraf, incluindo os professores, alunos e funcionários, que contribuíram muito para o desenvolvimento deste trabalho, além de terem me proporcionado um ambiente de muita alegria, descontração e amizade.

Aos demais amigos que fiz ao longo do doutorado. Não tenho palavras para agradecer o carinho e apoio, tão importantes no meu dia a dia.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## Resumo

Peixoto, Adelaílson; Gattass, Marcelo; Velho, Luiz. **Extração de Malhas Adaptativas em Multi-resolução a partir de Volumes, usando Simplificação e Refinamento**. Rio de Janeiro, 2002. 105p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta um método para extração de malhas poligonais adaptativas em multi-resolução, a partir de objetos volumétricos. As principais aplicações da extração de malhas estão ligadas à área médica, dinâmica de fluídos, geociências, meteorologia, dentre outras. Nestas áreas os dados podem ser representados como objetos volumétricos. Nos dados volumétricos as informações estão representadas implicitamente, o que dificulta o processamento direto dos objetos que se encontram representados dentro do volume. A extração da malha visa obter uma representação explícita dos objetos, de modo a viabilizar o processamento dos mesmos.

O método apresentado na tese procura extrair a malha a partir de processos de Simplificação e Refinamento. Durante a simplificação é extraída uma representação super amostrada do objeto (na mesma resolução do volume inicial), a qual é simplificada de modo a se obter uma malha base ou malha grossa, em baixa resolução, porém contendo a topologia correta do objeto. A etapa de refinamento utiliza a transformada de distância para obter uma representação da malha em multi-resolução, ou seja, a cada instante é obtida uma malha de maior resolução que vai se adaptando progressivamente à geometria do objeto. A malha final apresenta uma série de propriedades importantes, como boa razão de aspecto dos triângulos, converge para a superfície do objeto, pode ser aplicada tanto a objetos com borda quanto a objetos sem borda, pode ser aplicada tanto a superfície conexas quanto a não conexas, dentre outras.

## Palavras-chave

Malhas; Objetos Implícitos; Multi-resolução; Transformada de Distância; Diagramas de Voronoi; Triangulações.

## Abstract

Peixoto, Adailson; Gattass, Marcelo; Velho, Luiz. **Multiresolution Adaptive Mesh Extraction from Volumes, using Simplification and Refinement**. Rio de Janeiro, 2002. 105p. PhD. Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work presents a method for extracting multiresolution adaptive polygonal meshes, from volumetric objects. Main applications of this work are related to medical area, fluid dynamics, geosciences, meteorology and others. In these areas data may be represented as volumetric objects. Volumetric datasets are implicit representations of objects, so it's very difficult to apply directly any process to these objects. Mesh extraction obtains an explicit representation of the object, such that it's easier to process directly the objects.

The presented method extracts the mesh from two main processes: Simplification and Refinement. The simplification step extracts a supersampled representation of the object (in the same volume resolution), and simplifies it in such a way to obtain a base mesh (or coarse mesh), in a low resolution, but containing the correct topology of the object. Refinement step uses the distance transform to obtain a multiresolution representation of the mesh, it means that at each instant it's obtained an adaptive higher resolution mesh. The final mesh presents a set of important properties, like good triangle aspect ratio, convergency to the object surface, may be applied as to objects with boundary and as to objects with multiple connected components, among others properties.

## Keywords

Meshes; Implicit Objects; Multiresolution; Distance Transform; Voronoi Diagrams; Triangulations.

# Conteúdo

1	Introdução	<b>13</b>
2	Superfícies	<b>16</b>
2.1	Superfícies Regulares	16
2.2	Cobertura de Discos em uma Superfície Regular	17
2.3	Descrição das Superfícies	19
2.4	Representação de Superfícies	21
2.5	Representação por Bordo: Malhas	23
2.6	Representação Volumétrica	25
3	Métodos de Extração de Malhas a partir de Volumes	<b>27</b>
3.1	Propriedades das Malhas Extraídas	27
3.2	Extração de Malhas com Resolução Fixa	29
3.3	Extração de Malhas em Multi-resolução	33
4	Malha em Multi-resolução com Simplificação e Refinamento	<b>38</b>
4.1	Simplificação: Extração da Malha Base	38
4.2	Refinamento da Malha	41
4.3	Descrição Geral do Método	42
5	Simplificação: Extração da Malha Base	<b>44</b>
5.1	Grafo de Conectividade	44
5.2	Cobertura de Discos	46
5.3	Cobertura de Voronoi	53
5.4	Triangulação	59
6	Refinamento	<b>65</b>
6.1	Subdivisão dos Triângulos	65
6.2	Adaptação dos Triângulos	73
6.3	Implementação do Refinamento	80
7	Resultados	<b>82</b>
7.1	Objeto Implícito - Esfera	82
7.2	Objeto Implícito - Toro	84
7.3	Objeto Sintético	85
7.4	Objeto Implícito	87
8	Conclusões e Trabalhos Futuros	<b>90</b>
8.1	Conclusões	90
8.2	Trabalhos Futuros	93
A	O Método Fast Marching e a Transformada de Distância	<b>95</b>
A.1	Definição	95
A.2	Propagação de Interfaces	95



A.3 Método Fast Marching

97

Referências Bibliográficas

101

## Lista de Figuras

2.1	Parametrização local a uma superfície.	17
2.2	(a) Definição de um disco sobre a superfície. (b) Cobertura de discos.	18
2.3	Mudança de parâmetros.	19
2.4	a) Parametrização. b) A superfície é localmente o gráfico da aplicação $h$ .	20
2.5	Malha em multi-resolução.	25
2.6	(a) Objeto volumétrico (toro). (b) Voxel $(i, j, k)$ .	26
3.1	(a) Contornos sobre as fatias. (b) Superfície reconstruída.	30
3.2	Diferentes correspondências entre contornos.	31
3.3	a) Duas Fatias. b) Curva L entre as fatias. c) Curva L sobre uma fatia. d) Ponte. e) Fecho dos contornos.	32
3.4	multi-resolução do volume.	34
3.5	multi-resolução da malha.	34
4.1	(a) Objeto volumétrico. (b) Grafo de Conectividade. c) Detalhe do Grafo.	39
4.2	(a) Um disco gerado. (b) Vários discos. c) Cobertura de Discos	40
4.3	a) Cobertura de Voronoi. b) Dual de Voronoi. c) Malha base.	40
4.4	Refinamento da malha.	41
4.5	Esquema geral para extração de malha adaptativa em multi-resolução.	43
5.1	Elementos para definir um grafo de conectividade.	45
5.2	a) Geodésica entre $v$ e $w$ : $geod_{(a,b)} \subset geod_{(v,w)}$ . b) Disco.	47
5.3	a) Centro do disco. b) Borda inicial. c) a) h) Propagação.	47
5.4	a) Buraco. b) $\mathcal{D}_v^R$ com auto interseção. c) Borda converge para um ponto.	49
5.5	a) Triângulo com razão de aspecto 1 (cinza escuro) e $1/3$ (cinza claro). b) Classificação das regiões ao redor dos discos.	50
5.6	a) Grafo de Conectividade b) Cobertura de discos. c) e b) Células de Voronoi.	53
5.7	Fronteiras das células e vértices de Voronoi.	54
5.8	a) Reconstrução de um cilindro b) e c) Reconstrução de uma superfície homeomorfa à esfera.	56
5.9	a) Cobertura de Voronoi. b) Cobertura de discos. c) Refinamento do disco $\mathcal{D}_a^r$ (seus vizinhos em negrito também serão refinados). d) Refinamento dos discos vizinhos. e) Nova cobertura de discos. f) Nova cobertura de Voronoi.	57
5.10	a) Cobertura de Voronoi. b) Dual de Voronoi. c) Malha base.	59
5.11	a) Projeção no plano tangente. b)- e) Geração ordenada dos triângulos em torno da célula $\mathcal{V}_c^g(v)$ .	60
5.12	Triangulação de uma célula do bordo.	61

5.13	a) Escolha de $V_{prox}$ entre $V_1$ e $V_2$ b) Relação entre os vetores. c) Ordenação incorreta. c) Vetores tomados nos c-vértices de Voronoi.	62
5.14	a) Ambiguidade na triangulação b) Possíveis $V_{prox} : V_1, V_2$ e $V_3$ .	63
5.15	O triângulo marcado com X não pode ser gerado.	64
6.1	Variância das distâncias usada como critério de subdivisão dos triângulos.	66
6.2	a) Malha 4-8 (tiling $[4.8^2]$ ). b) Bloco.	68
6.3	Estrutura topológica básica.	68
6.4	a) Bisseção de um bloco. b) Bisseção aplicada a 4 blocos.	69
6.5	a) Malha triangular. b) Malha intermediária: blocos quadrilaterais e triangulares. c) Baricentros. d) Malha quad-tri.	70
6.6	Refinamento uniforme.	71
6.7	Refinamento adaptativo.	72
6.8	a) Iso-superfície $S$ . b) Plano $\pi$ cortando $S$ . c) $\mathcal{I}_S$ mostrada sobre $\pi$ .	74
6.9	a) Eixo Medial. b) Campo gradiente. c) Cálculo do deslocamento.	74
6.10	a) Deslocamento correto. b) Deslocamento errado.	75
6.11	a) Deslocamento correto. b) Deslocamento errado.	76
6.12	a) Deslocamento de $v_1$ para a borda. b) Deslocamento do vértice $v$ para a borda.	77
6.13	a) Coordenada original: $p$ . b) Componente Laplaciana: $p + \mathcal{F}_T(p)$ .	79
6.14	a) Aplicação da componente tangencial. b) Aproximação à superfície.	80
7.1	a) Esfera: 4, 17, 98 e 3632 triângulos respectivamente. b) Detalhe da triangulação da malha. c) Método marching cubes: 10520 triângulos.	83
7.2	Razão de aspecto: multi-resolução (MM) e marching cubes (MC).	83
7.3	Gráfico do erro $\epsilon_{arestas}$ .	84
7.4	Gráfico do erro $\epsilon_{normais}$ .	84
7.5	a) Toro: 94, 212, 1152 e 7976 triângulos respectivamente. b) Detalhe da triangulação da malha. c) Método marching cubes: 16496 triângulos.	84
7.6	Razão de aspecto: multi-resolução (MM) e marching cubes (MC).	85
7.7	Gráfico do erro $\epsilon_{arestas}$ .	85
7.8	Gráfico do erro $\epsilon_{normais}$ .	85
7.9	a) Objeto sintético: 704, 2003, 4530 e 9679 triângulos respectivamente. b) Triangulação do topo. c) Marching cubes: 15195 triângulos.	86
7.10	Razão de aspecto: multi-resolução (MM) e marching cubes (MC).	86
7.11	Gráfico do erro $\epsilon_{arestas}$ .	87
7.12	Gráfico do erro $\epsilon_{normais}$ .	87
7.13	Objeto implícito: 61, 391, 1205 e 13633 triângulos respectivamente.	87
7.14	a) Malha extraída. b) Detalhe. c) Marching cubes: 36848 triângulos	88
7.15	Razão de aspecto: multi-resolução (MM) e marching cubes (MC).	88
7.16	Gráfico do erro $\epsilon_{arestas}$ .	89
7.17	Gráfico do erro $\epsilon_{normais}$ .	89

A.1	Interface separando dois meios.	96
A.2	Formulação do valor de borda.	97
A.3	Construção da função $T$ no método Fast Marching.	98
A.4	Propagação dos valores de $T$ nos pontos $(i, j)$ .	100
A.5	Classificação dos pontos.	100