4

Uma Nova Abordagem para Jogos

Este capítulo apresentará uma nova abordagem para jogos. Na seção 4.1, jogos serão definidos de uma forma genérica, ou seja, a definição de jogos procurará abranger um grande espectro de classes de jogos. Para expressar a forma de agir de cada jogador será utilizado uma linguagem lógica, definida na seção 4.2. Na seção 4.3, a definição de jogos será estendida com o conjunto de estratégias dos jogadores, assim, jogos serão definidos de forma genérica e qualitativa. A seção 4.4 apresentará os exemplos dos jogos do capítulo 3 na abordagem proposta deste capítulo. A seção 4.5 descreverá uma linguagem para definição de jogos sem e com estratégias.

4.1 Definição de Jogos Sem Estratégias

As definições de jogos propostas tem as seguintes características que as fazem definir um grande espectro de classes de jogos :

1. Os jogadores podem agir de forma concorrente, ou seja, todas as combinações de jogadores atuando a cada instante ou jogada. Assim, pode-se, por exemplo, ter um jogo no qual dois jogadores atuam conjuntamente em algumas oportunidades e separadamente em outras.

2. A definição de jogo não é restrita a quantidade de jogadas. Desta forma, consegue-se modelar jogos de apenas uma jogada ou de várias jogadas.

3. Os estados de um jogo são definidos através de conjuntos, denominados de sortes. Pode-se, por exemplo, ter um sorte que seja um tipo de dado lista, e em cada estado tem-se um elemento desse sorte que representará o histórico das jogadas realizadas até aquele instante.

4. O conjunto de ações (jogadas) é definido através de uma relação entre dois estados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

Assim, todo jogo possuirá: um conjunto de jogadores J; um subconjunto dos jogadores, que definem quais jogadores podem jogar naquele instante ou jogada, e que conjuntamente com os elementos dos conjuntos dos sortes definem um estado; um conjunto de estados $\mathcal{S}E$, que é um subconjunto de todos os estados possíveis; um estado inicial e_o que define como o jogo será iniciado, onde $e_o \in \mathcal{S}E$; e, por fim, um conjunto de relações entre dois estados $\mathcal{CA}$, que representam as ações (jogadas) dos jogadores. A seguir será definido jogo de maneira formal.

Definição 8 *Jogo Sem Estratégias* ($\mathcal{G} = (J, \mathcal{S}E, e_o, \mathcal{CA})$):

- *Conjunto de Jogadores* J;
- *Conjunto de Estados* $\mathcal{S}E \subseteq \wp(J) \times \prod_{i=1}^{K\in\mathbb{N}} S_i$, *onde* S_i *é um sorte;*
- *Estado Inicial* $e_o \in \mathcal{S}E$;
- *Conjunto de Ações* $\mathcal{CA} = \{\mathcal{A}_i\}_{i \in I}$ *onde* $I \subseteq \mathbb{N}$, *uma ação* $\mathcal{A}$ *é uma relação* $e\mathcal{A}e'$.

Um jogo sem estratégia é finito se o conjunto de ações e o conjunto de estados forem finitos. Contudo, neste trabalho serão abordados somente jogos finitos e todas as definições de jogos posteriores referem-se a jogos finitos.

Definição 9 *Um Caminho(π) em Jogo Sem Estratégias dado um estado e:*

$$\pi(e) = \begin{cases} \oslash, \ se \ \neg\exists e' \in E, e\mathcal{A}e' \in \mathcal{CA} \\ \\ e_0e_1e_2..., se \ e = e_0, \forall k \geq 0[e_k\mathcal{A}e_{k+1} \in \mathcal{CA}] \\ \\ e_0e_1e_2...e_i, se \ e = e_0, \forall k[0 \leq k < i, e_k\mathcal{A}e_{k+1} \in \mathcal{CA}, \neg\exists e' \in \mathcal{S}E[e_i\mathcal{A}e' \in \mathcal{CA}]] \end{cases};$$

O comportamento do jogo é caracterizado por seus estados terminais, onde um estado e_i é terminal se existe um caminho $\pi(e_o)$ tal que $\pi(e_o) = e_o, ..., e_i$. Assim, um jogo atinge a sua condição de término quando a partir de um estado não se chegar mais a outro estado. Existem jogos que podem nunca chegar ao seus términos; logo, existem caminho infinitos, isto é, seqüências de jogadas infinitas.

Definição 10 *Comportamento de um Jogo Sem Estratégias* $\mathcal{G}$ *dado um estado e:*

- $jogo(e) = \{e_k \mid$ *para todo caminho* $\pi(e)$ *no jogo* $\mathcal{G}$, *onde* $\pi(e) = e_0, ..., e_k$, $k \in \mathbb{N}$, $e_0 = e\}$;

A figura 4.1.1 mostra de forma gráfica um jogo sem estratégias definido de acordo com a definição de jogo proposta. Este jogo possui dois jogadores que agem de forma alternada.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

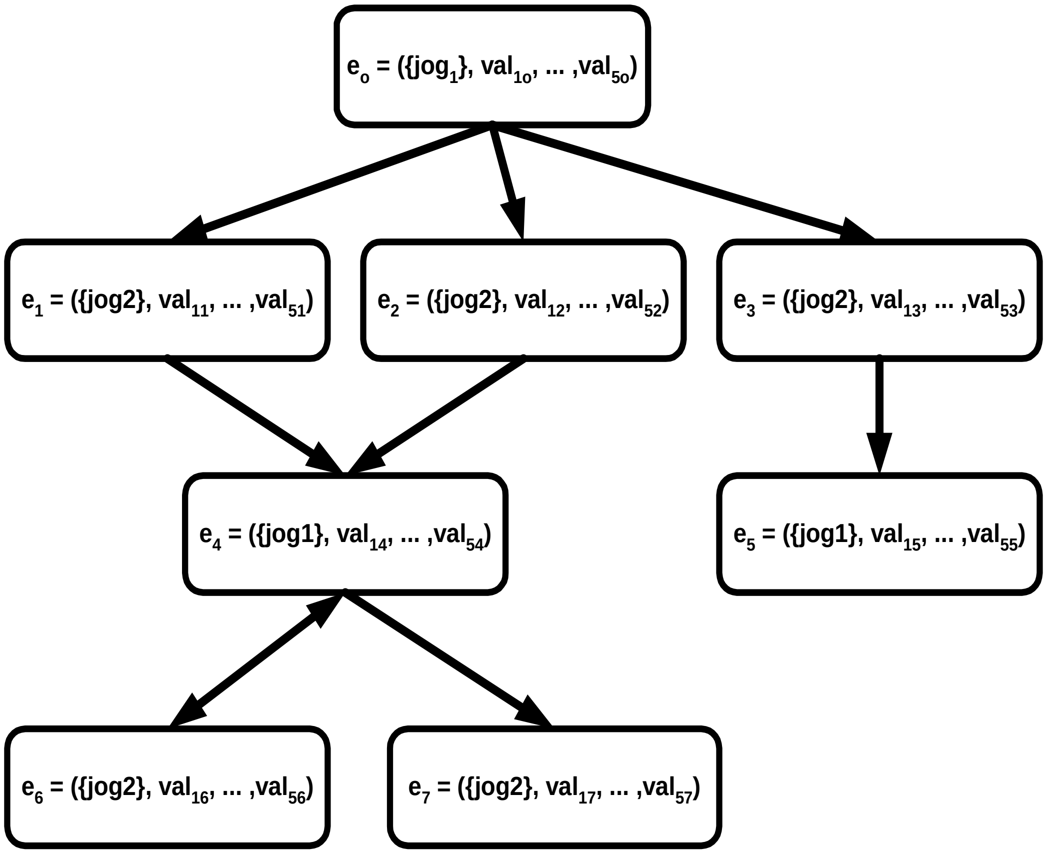

Figura 4.1.1 - Exemplo de jogo com 2 jogadores alternando as jogadas e que possui 5 sortes. Possui dois estados terminais e_5 e e_7.

4.2 Lógica de Análise de Jogos - GAL(G*ame Analysis Logic*)

Uma linguagem lógica para analisar jogos é definida, que será chamada de lógica de análise de jogos (GAL - *Game Analysis Logic*). GAL é uma linguagem lógica de primeira ordem livre de quantificadores, poli-sortida e temporal. Os operadores temporais serão aplicados a estrutura de um jogo. Os mundos de GAL serão os estados em um jogo e as relações de acessibilidade serão as ações no jogo.

GAL deveria ter: uma sintaxe; uma semântica; uma axiomatização; uma prova de corretude e completude. Para a abordagem deste trabalho no entanto é necessário definir apenas a sintaxe e semântica de GAL.

Seja $\mathcal{G}$ um jogo ($\mathcal{G} = (J, \mathcal{S}E, e_o, \mathcal{CA})$) , tem-se:

Definição 11 *Linguagem não-Lógica de GAL:*

A Linguagem não Lógica de GAL é dada pela tripla $< S, F, P >$, *onde:*

1. *S é um conjunto não-vazio, denominado de Conjunto de Sortes.*

2. *F é um conjunto, denominado de Símbolos Funcionais, tal que, para cada símbolo funcional, é associado um tipo da forma: $w \to s$, onde $w \in S^*$ e $s \in S$.*

   Uma símbolo funcional f cujo tipo associado é $w \to s$ é usualmente denotada por: $f : w \to s$. Se $w = \varepsilon$, ou seja, $f : \varepsilon \to s$, o símbolo funcional f é denominado de símbolo constante, ou simplesmente constante.

3. *P é um conjunto, denominado de Símbolos Predicativos, tal que, para cada símbolo predicativo, é associado um tipo da forma: w, onde $w \in S^*$.*

   Uma símbolo predicativo p cujo tipo associado é w é usualmente denotada por: $p : w$.

Definição 12 *Conjunto de Termos de um sorte s :*
Seja $< S, F, P >$ a linguagem não-lógica de GAL. O conjunto de termos de um sorte s (Υ_s) é indutivamente definido como segue:

- *se c_s é uma constante de F, então c_s é termo de Υ_s;*
- *se var é uma variável de sorte s, então var é termo de Υ_s;*
- *se f_s é um símbolo funcional de F ($f : s_1 ... s_n \to s$), e $t_1, ..., t_n$ são termos de $\Upsilon_{s_1}, ..., \Upsilon_{s_n}$ respectivamente, então $f_s(t_1, ..., t_n)$ é termo de Υ_s.*

Definição 13 *Sintaxe de GAL:*
Sejam $P_s : s_1 ... s_n$ um símbolo predicativo de um sorte s , $t_1, ..., t_n$ termos de $\Upsilon_{s_1}, ..., \Upsilon_{s_n}$ respectivamente, α, β termos de um sorte $\mathcal{S}$, $jog \in J$ e $\approx$ um símbolo lógico. A linguagem de GAL é dada pela BNF a seguir:
$\Phi :== jog \mid P(t_1, ..., t_n) \mid (\alpha \approx \beta) \mid (\neg\Phi_1) \mid (\Phi_1 \wedge \Phi_2) \mid (\Phi_1 \vee \Phi_2) \mid (\Phi_1 \to \Phi_2) \mid [\exists\bigcirc]\Phi_1 \mid [\exists\Box]\Phi_1 \mid [\exists\diamond]\Phi_1 \mid \exists(\Phi_1 \mathcal{U}\ \Phi_2) \mid [\forall\bigcirc]\Phi_1 \mid [\forall\Box]\Phi_1 \mid [\forall\diamond]\Phi_1 \mid \forall(\Phi_1 \mathcal{U}\ \Phi_2)$.

Definição 14 *Estrutura de Kripke de GAL:*
Seja $< S, F, P >$ a linguagem não-lógica de GAL. Uma estrutura de Kripke para GAL é $\mu\mathcal{G} = \langle \mathcal{S}E, \mathcal{CA}, (\mathcal{V}_s)_{s \in S} \rangle$, onde cada $\mathcal{V}_s$ é uma função, tal que:

1. *$\mathcal{V}_s$ associa ao sorte s um conjunto não-vazio $S_{\mu\mathcal{G}}$, denominado de universo de $\mathcal{V}_s$ de sorte s.*

2. *associa a cada constante c_s de F um indivíduo tal que $c_{S_{\mu\mathcal{G}}} \in S_{\mu\mathcal{G}}$.*

3. *$\mathcal{V}_s$ associa a cada símbolo funcional $f : s_1 ... s_n \to s$ de F uma operação, tal que $f_{S_{\mu\mathcal{G}}} : \left(\prod_{i=1}^{n} S_{i_{\mu\mathcal{G}}}\right) \to S_{\mu\mathcal{G}}$.*

4. *$\mathcal{V}_s$ associa a cada símbolo predicativo $p : s_1 ... s_n$ de P (onde $t_1 \in S_{1_{\mu\mathcal{G}}}, ..., t_n \in S_{n_{\mu\mathcal{G}}}$) uma relação, tal que $p_{S_{\mu\mathcal{G}}} \subseteq \prod_{i=1}^{n} S_{i_{\mu\mathcal{G}}}$, isto é, $< t_1, ..., t_n > \in p_{S_{\mu\mathcal{G}}}$.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

Definição 15 *Sejam Υ_s o conjunto de termos de um sorte s, $S_{\mu\mathcal{G}}$ o conjunto universo de sorte s, $\sigma_s : \mathcal{S}E \times var_s \rightarrow S_{\mu\mathcal{G}}$ uma função de estado e variável de sorte s no universo de sorte s, e $\bar{\sigma}_s : \mathcal{S}E \times \Upsilon_s \rightarrow S_{\mu\mathcal{G}}$ tal que:*

1. *para toda variável x de sorte s, $\bar{\sigma}_s(e,x) = \sigma_s(e,x)$.*
2. *para toda constante c_s de sorte s, $\bar{\sigma}_s(e,c_s) = c_{s_{\mu\mathcal{G}}}$.*
3. *para todo símbolo funcional $f : s_1...s_n \rightarrow s$ de sorte s (onde $t_1 \in \Upsilon_{s_1}, ..., t_n \in \Upsilon_{s_n}$) , $\bar{\sigma}_s(e, ft_1, ..., t_n) = f_{S_{\mu\mathcal{G}}}(\bar{\sigma}_{s_1}(e,t_1), ..., \bar{\sigma}_{s_n}(e,t_n))$.*

Definição 16 *Seja $\varsigma : \mathcal{S}E \times J \rightarrow \{true, false\}$ um função de estado e de um jogador em verdadeiro ou falso.*

Definição 17 *Semântica da lógica de estratégias de jogos:*

Seja uma estrutura de GAL $\mu\mathcal{G} = \langle \mathcal{S}E, \mathcal{CA}, (\mathcal{V}_s)_{s\in S}\rangle$ e um estado $e \in \mathcal{S}E$. Define-se a noção de satisfação ($\models$), como:

- $\mu\mathcal{G} \models_e jog \Longleftrightarrow \varsigma(e, jog) = true;$
- $\mu\mathcal{G} \models_e P_s(t_1^s, ..., t_n^s) \Longleftrightarrow < \bar{\sigma}_s(e, t_1^s), ..., \bar{\sigma}_s(e, t_n^s) > \in S_{\mu\mathcal{G}};$
- $\mu\mathcal{G} \models_e (\alpha^s \approx \beta^s) \Longleftrightarrow \bar{\sigma}_s(\alpha^s) = \bar{\sigma}_s(\beta^s);$
- $\mu\mathcal{G} \models_e (\neg\alpha) \Longleftrightarrow$ *NÃO* $\mu\mathcal{G} \models_e \alpha;$
- $\mu\mathcal{G} \models_e (\alpha \wedge \beta) \Longleftrightarrow \mu\mathcal{G} \models_e \alpha$ *E* $\mu\mathcal{G} \models_e \beta;$
- $\mu\mathcal{G} \models_e (\alpha \vee \beta) \Longleftrightarrow \mu\mathcal{G} \models_e \alpha$ *OU* $\mu\mathcal{G} \models_e \beta;$
- $\mu\mathcal{G} \models_e (\alpha \rightarrow \beta) \Longleftrightarrow$ *SE* $\mu\mathcal{G} \models_e \alpha$ *ENTÃO* $\mu\mathcal{G} \models_e \beta.$
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\exists\bigcirc]\alpha \Longleftrightarrow \exists e' \in \mathcal{S}E$ *tal que* $e\mathcal{A}e' \in \mathcal{CA}$, $\mu\mathcal{G} \models_{e'} \alpha$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\forall\bigcirc]\alpha \Longleftrightarrow \forall e' \in \mathcal{S}E$ *tal que* $e\mathcal{A}e' \in \mathcal{CA}$, $\mu\mathcal{G} \models_{e'} \alpha$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\exists\Box]\alpha \Longleftrightarrow \exists\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\forall k[0 \leq k \leq i, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \alpha]$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\forall\Box]\alpha \Longleftrightarrow \forall\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\forall k[0 \leq k \leq i, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \alpha]$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\exists\diamond]\alpha \Longleftrightarrow \exists\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\exists k[0 \leq k \leq i, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \alpha]$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e [\forall\diamond]\alpha \Longleftrightarrow \forall\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\exists k[0 \leq k \leq i, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \alpha]$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e \exists(\alpha\ \mathcal{U}\ \beta) \Longleftrightarrow \exists\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\exists k[k \geq 0, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \beta, \forall j[0 \leq j < k, \mu\mathcal{G} \models_{e_j} \alpha]]$;
- $\mu\mathcal{G} \models_e \forall(\alpha\ \mathcal{U}\ \beta) \Longleftrightarrow \forall\pi(e) = (e_0e_1e_2...e_i)$, $i \in I$ *e* $I \subseteq \mathbb{N}$ *tal que* $\exists k[k \geq 0, \mu\mathcal{G} \models_{e_k} \beta, \forall j[0 \leq j < k, \mu\mathcal{G} \models_{e_j} \alpha]]$;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

4.3 Definição de Jogos Com Estratégias

Pode-se adicionar à definição de jogo o conceito de estratégias. Estratégia é a maneira com a qual se estabelece se uma ação deve ou não ser realizada em um jogo. A abordagem deste trabalho trata estratégia como sendo uma ação condicionada, ou seja, uma ação só será realizada se a condição da mesma for satisfeita. Assim, o conjunto de estratégias dará a lógica de jogo (ou a forma de jogar) de cada jogador e será dado de forma qualitativa. Na verdade, o que se faz é restringir o conjunto de jogadas possíveis (conjunto de ações) para os jogadores de acordo com as estratégias que eles definem. Assim, o comportamento do jogo deverá ser analisado nas estratégias e não mais nas ações. Note-se que a ação de uma estratégia deve pertencer ao conjunto de ações ($\mathcal{CA}$).

A abordagem adotada neste trabalho para definição de estratégias parece ser razoável a medida que o raciocínio humano pode ser modelado, em geral, através de uma forma lógica. Tipicamente estratégias de jogos podem ser bem definidas através de uma linguagem lógica. Desta forma, os condicionais das estratégias na definição de jogos com estratégias serão feitos através da lógica *GAL*.

Definição 18 *Estratégia*:
Uma estratégia de um jogo $\mathcal{G}$ é um par $< \mathcal{A}, \alpha >$ onde $\mathcal{A} \in \mathcal{CA}$ e $\alpha \in GAL$. A semântica de uma estratégia dados um estado e e uma estrutura $\mu\mathcal{G}$ é dada da seguinte forma:

$$\|< \mathcal{A}, \alpha >\|_{\mu\mathcal{G},e} = \begin{cases} e' \text{ se } e\mathcal{A}e' \text{ e } \mu\mathcal{G} \models_e \alpha \\ e \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Definição 19 *Conjunto de Estratégias $\mathcal{C}E = \{Estrategia_i\}_{i \in I}$ onde $I \subseteq \mathbb{N}$.*

Definição 20 *Jogo Com Estratégias ($\mathcal{G}E$= $(J, \mathcal{S}E, e_o, \mathcal{CA}, \mathcal{C}E)$):*

- *Um jogo $\mathcal{G} = (J, \mathcal{S}E, e_o, \mathcal{CA})$;*
- *Um conjunto de Estratégias $\mathcal{C}E$;*

Um jogo com estratégias é finito se o conjunto de ações, o conjunto de estados e o conjunto de estratégias forem finitos. Neste trabalho, serão abordados somente jogos finitos e todas as definições de jogos posteriores referem-se a jogos finitos.

Definição 21 *Um Caminho(ω) em Jogo Com Estratégias dado um estado e:*

$$\omega(e) = \begin{cases} \oslash, \ se\ \neg\exists e' \in \mathcal{S}E[< e\mathcal{A}e', \alpha > \in \mathcal{C}E, \|< e\mathcal{A}e', \alpha >\|_{\mu\mathcal{G},e} = e'] \\ \\ e_0e_1e_2..., se \begin{cases} e = e_0 \ e\ \forall k \geq 0[< e_k\mathcal{A}e_{k+1}, \alpha_k > \in \mathcal{C}E \ e \\ \|< e_k\mathcal{A}e_{k+1}, \alpha_k >\|_{\mu\mathcal{G},e_k} = e_{k+1}] \end{cases} \\ \\ e_0e_1e_2...e_i, se \begin{cases} e = e_0 \ e\ \forall 0 \leq k < i \ [< e_k\mathcal{A}e_{k+1}, \alpha_k > \in \mathcal{C}E \ e \\ \|< e_k\mathcal{A}e_{k+1}, \alpha_k >\| \ \mu_{\mathcal{G},e_k} = e_{k+1} \ e \\ \neg\exists e' \in \mathcal{S}E[< e_i\mathcal{A}e', \beta > \in \mathcal{C}E, \|< e_i\mathcal{A}e', \beta >\|_{\mu\mathcal{G},e_i} = e'] \end{cases} \end{cases} ;$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

O comportamento de um jogo com estratégias é dado de forma similar ao jogo sem estratégia. A definição formal do comportamento de um jogo com estratégias segue abaixo.

Definição 22 *Comportamento de um Jogo Com Estratégias $\mathcal{G}E$ dado um estado e:*

- $jogo(e) = \{e_k \mid$ *para todo caminho* $\omega(e)$ *no jogo* $\mathcal{G}E$, *onde* $\omega(e) = e_0, ..., e_k$, $k \in \mathbb{N}$, $e_0 = e\}$;

Na figura 4.3.1 o conjunto de estratégias é adicionado ao jogo sem estratégias da figura 4.1.1, tornando-o, assim, um jogo com estratégias. Na figura 4.3.1 as estratégias estão representadas pelos pontilhados. Como, por exemplo, a estratégia $< e_o \mathcal{A} e_1, cond_1 >$ que é representada na figura como os estados pontilhados e_o e e_1 e o arco nomeado por cond$_1$ é a condição $cond_1$ da estratégia.

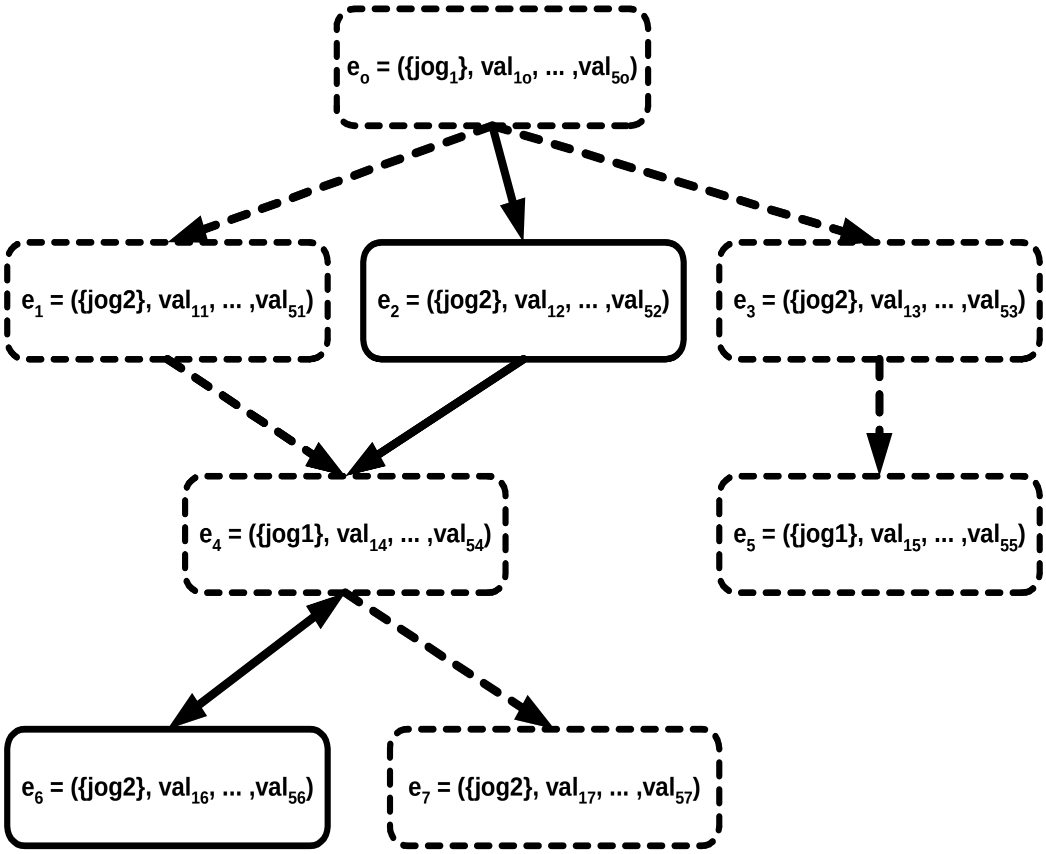

Figura 4.3.1 -Exemplo de jogo com 2 jogadores alternando as jogadas e que possui 5 sortes. Possui dois estados terminais e_5 e e_7. O jogo é com estratégia. As setas pontilhadas representam a função de cada estratégia.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

4.4 Exemplos

A seguir será mostrado como, utilizando as definições de jogos propostas, pode-se definir os dois exemplos de jogos da seção 3.

Exemplo 5 *Dilema do Prisioneiro* $\mathcal{G}E = (J, \mathcal{S}E, e_o, \mathcal{CA}, \mathcal{C}E)$ *(veja a figura 4.4.1).*

Na definição deste jogo os dois suspeitos são representados pelos jogadores $suspeito_1$ *e* $suspeito_2$. *Será estabelecido um único sorte* ($S = \{0, 2, 4, 6, 10\}$) *e seja* $< \{S\}, \{0 : \varepsilon \rightarrow S, 2 : \varepsilon \rightarrow S, 4 : \varepsilon \rightarrow S, 6 : \varepsilon \rightarrow S, 10 : \varepsilon \rightarrow S\}, \{\leq : S \times S\} >$ *a linguagem não lógica de GAL. As constantes 2,4,6,10 do sorte S representarão as possíveis penas para os suspeitos. A constante 0 significará a ausência da escolha de um dos suspeitos. O estado será definido por um subconjunto dos jogadores e por dois sortes S* ($\mathcal{S}E \subseteq \wp(J) \times S \times S$). *Os sortes no estado representarão o tempo que cada suspeito ficará preso. O estado inicial do jogo estará caracterizado pelos dois jogadores aptos a decidirem e, inicialmente, sem nenhuma condenação. O conjunto de ações representarão as possíveis escolhas dos jogadores. O conceito de equilíbrio de Nash é dado através de uma condição para cada ação.*

- $J = \{suspeito_1, suspeito_2\}$;
- $\mathcal{S}E = \{(\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 6, 6), (\emptyset, 10, 2), (\emptyset, 2, 10), (\emptyset, 4, 4)\}$;
- $e_o = (\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0)$;
- $\mathcal{CA} = \{((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 6, 6)), ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 10, 2)), ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 2, 10)), ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 4, 4))\}$.
- $\mathcal{C}E = \{< ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 6, 6)), ((((\leq 6, 6 \wedge \leq 6, 10) \wedge \leq 6, 6)) \wedge \leq 6, 10) >,$

  $< ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 10, 2)), ((((\leq 10, 10 \wedge \leq 10, 6) \wedge \leq 2, 2)) \wedge \leq 2, 4) >,$

  $< ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 2, 10)), ((((\leq 2, 2 \wedge \leq 2, 4) \wedge \leq 10, 10)) \wedge \leq 10, 6) >,$

  $< ((\{suspeito_1, suspeito_2\}, 0, 0), (\emptyset, 4, 4)), ((((\leq 4, 4 \wedge \leq 4, 2) \wedge \leq 4, 4)) \wedge \leq 4, 2) >\}.$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

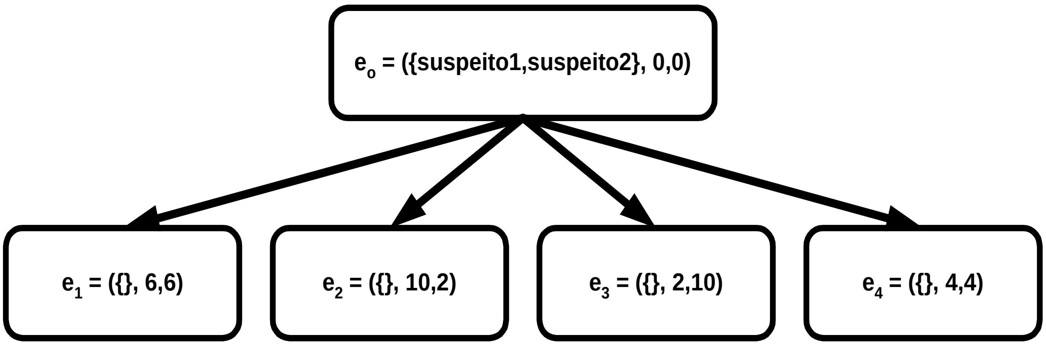

Figura 4.4.1 - Dilema do Prisioneiro na definição de jogo proposta.

Exemplo 6 *Jogo Extensivo* $\mathcal{G} = (J, \mathcal{SE}, e_o, \mathcal{CA})$

Serão estabelecidos três sortes: $H = \{(2,0), (1,1), (0,2), ((2,0), y), ((2,0), n), ((1,1), y), ((1,1), n), ((0,2), y), ((0,2), n)\}$ *representando os históricos;* $A = \{0, 1, 2\}$ *representando as alocações; e seja* $B = \{y, n\}$ *representando a aceitação ou não da alocação. Seja* $< \{H, A, B\}, \{(2,0) : \varepsilon \rightarrow H, (1,1) : \varepsilon \rightarrow H, (0,2) : \varepsilon \rightarrow H, ((2,0), y) : \varepsilon \rightarrow H, ((2,0), n) : \varepsilon \rightarrow H, ((1,1), y) : \varepsilon \rightarrow H, ((1,1), n) : \varepsilon \rightarrow H, ((0,2), y) : \varepsilon \rightarrow H, ((0,2), n) : \varepsilon \rightarrow H, 0 : \varepsilon \rightarrow A, 1 : \varepsilon \rightarrow A, 2 : \varepsilon \rightarrow A, y : \varepsilon \rightarrow B, n : \varepsilon \rightarrow B, \}, \emptyset >$ *a linguagem não lógica de* GAL.

- $J = \{jogador_1, jogador_2\}$;
- $\mathcal{SE} = \{(\{jogador_1\}, \emptyset, 0, 0, \emptyset), (\{jogador_2\}, (2,0), 2, 0, \emptyset),$
- $(\{jogador_2\}, (1,1), 1, 1, \emptyset), (\{jogador_2\}, (0,2), 0, 2, \emptyset),$
  $(\{\}, ((2,0), y), 2, 0, y), (\{\}, ((2,0), n), 0, 0, n), (\{\}, ((1,1), y), 1, 1, y),$
  $(\{\}, ((1,1), n), 0, 0, n), (\{\}, ((0,2), y), 0, 2, y), (\{\}, ((0,2), n), 0, 0, n)\}$;
- $e_o = (\{jogador_1\}, \emptyset, 0, 0, \emptyset)$;
- $\mathcal{CA} = \{((\{jogador_1\}, \emptyset, 0, 0, \emptyset), (\{jogador_2\}, (2,0), 2, 0, \emptyset)),$
  $((\{jogador_1\}, \emptyset, 0, 0, \emptyset), (\{jogador_2\}, (1,1), 1, 1, \emptyset)),$
  $((\{jogador_1\}, \emptyset, 0, 0, \emptyset), (\{jogador_2\}, (0,2), 0, 2, \emptyset)),$
  $((\{jogador_2\}, (2,0), 2, 0, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((2,0), y), 2, 0, y))),$
  $((\{jogador_2\}, (2,0), 2, 0, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((2,0), n), 0, 0, n))),$
  $((\{jogador_2\}, (1,1), 1, 1, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((1,1), y), 1, 1, y))),$
  $(((\{jogador_2\}, (1,1), 1, 1, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((1,1), n), 0, 0, n))),$
  $((\{jogador_2\}, (0,2), 0, 2, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((0,2), y), 0, 2, y))),$
  $((\{jogador_2\}, (0,2), 0, 2, \emptyset), (\{\}, (\{\}, ((0,2), n), 0, 0, n)))\}$;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

4.5 Uma Linguagem para Definição de Jogo - RollGame (Romero + All Game)

A linguagem de definição de jogos, chamada de RollGame (**Ro**mero + A**ll** **Game**) terá duas finalidades: a primeira é a de facilitar a definição de um jogo, assim obtendo uma representação mais concisa; e a segunda é que RollGame será a linguagem que especificará um jogo, onde se definirá a tradução na linguagem do verificador de modelos. RollGame obedecerá a definição de jogo proposta. Serão feitas algumas considerações a seguir.

RollGame deve dar suporte as duas definições de jogos. A distinção de quando o jogo é realizado com ou sem estratégias é feita pela existência ou não da palavra reservada "ESTRATEGIAS" seguida das estratégias; caso esteja presente será um jogo com estratégias, e caso contrário será um jogo sem estratégias. Na linguagem não há a garantia de que uma estratégia seja uma ação condicionada como na definição, esta responsabilidade fica para o usuário. Isto é feito para dar mais liberdade ao usuário.

Um jogo na definição de jogo será feito assim em RollGame:

- o estado de um jogo será definido através da palavra reservada "ESTADO", e de um conjunto de definições de variáveis, que tem um sorte associado, e de um conjunto de jogadores, que serão de sorte *booleano*. Note-se que o sorte tem que ser definido na linguagem;
- o estado inicial será definido através da palavra reservada "ESTADO_INICIAL" seguida de atribuições das variáveis e jogadores;
- uma ação será definida através de uma sentença de transição seguida de "$\rightarrow$"e de um conjunto de atribuições que definem o próximo estado; as ações serão definidas pela palavra "ACOES" e um conjunto de ações;
- Uma estratégia será definida por uma fórmula de GAL seguida de "$\rightarrow$"e de um conjunto de atribuições; as estratégias serão definidas por "ESTRATEGIAS" e um conjunto de estratégias.

Outra observação importante em RollGame é que se inseriu o conceito de definições. Uma definição será apenas uma representação para uma sentença de transição, onde ela poderá ser usada na linguagem em diversas oportunidades. Com isto, também, consegue-se deixar mais claro a definição de jogo.

A gramática da linguagem será apresentada a seguir em BNF estendida na figura 4.5.1. Um esquema de como seria uma especificação de um jogo sem estratégias será apresentado na figura 4.5.2 e outro esquema de jogo com estratégias será apresentado na figura 4.5.3. As figuras 4.5.4 e 4.5.5 mostram o jogo sem estratégias (definido na figura 4.1.1) e com estratégias (definido na figura 4.3.1) em RollGame.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

```
<jogo> :==
        ESTADO <estado> ESTADO_INICIAL <estado_inicial>
                ACOES <acao>* DEFINICOES <definicao>*
        | ESTADO <estado> ESTADO_INICIAL <estado_inicial>
                ACOES <acao>* ESTRATEGIAS <estrategia>* DEFINICOES <definicao>*
<estado> :==
        VARIAVEIS_ESTADO <def_variaveis>* JOGADORES <def_jogador>*
<estado_inicial> :==
        VARIAVEIS_ESTADO_INICIAIS <atribuicao>*
        JOGADORES_INICIAIS <id>*
<definicao> :==
        <id> := <sentenca> ;
<def_variaveis> :==
        <id> : <sorte> ;
<def_jogador> :==
        <id> : boolean ;
<sentenca> :==
         (<termos_sorte> = <termos_sorte>)
        | (! <sentenca>)
        | (<sentenca> <operadores> <sentenca>)
<operadores> :==
        &       | |      | ->      | < ->    | =
<acao> :==
        <sentenca> -> { <atribuicao>* } ;
<formula_gal> :==
        <predicado><termos_sorte>*
        | (<termos_sorte> = <termos_sorte>)
        | <id>
        | (! <formula_gal>)
        | (<formula_gal> <operadores> <formula_gal>)
        | EX(<formula_gal>)      | AX(<formula_gal>)
        | EF(<formula_gal>)      | AG(<formula_gal>)
        | EG(<formula_gal>)      | AF(<formula_gal>)
        | E(<formula_gal> U <formula_gal>)
        | A(<formula_gal> U <formula_gal>)
<estrategia> :==
        <formula_gal> -> {<atribuicao>*}
<atribuicao> :==
        <id> := <termos_sorte> ;
        | <atribuicao_booleana>
<atribuicao_booleana> :==
        <id> := <valores_booleanos> ;
<valores_booleanos> :==
         0       | 1      | true    | false
```

Figura 4.5.1-BNF estendida da linguagem *RollGame*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

ESTADO
VARIAVEIS_ESTADO
var_1 : $type_1$; ... ; var_M : $type_M$;
JOGADORES
$jogador_1$: boolean; ... ; $jogador_J$: boolean;

ESTADO_INICIAL
VARIAVEIS_ESTADO_INICIAIS
var_1 := var_{1o}; ... ; var_M := var_{Mo};
JOGADORES_INICIAIS
$jogador_1$:= $jogador_{1o}$; ... ; $jogador_J$:= $jogador_{Jo}$;

ACOES
$sentenca_1$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_W$};
...;
$sentenca_N$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_K$};

DEFINICOES
$definicao_1$:= $sentenca_1$;
... ;
$definicao_P$:= $sentenca_P$;

Figura 4.5.2 - Esquema da definição de um jogo sem estratégias em *RollGame* com M variáveis de estado, N ações, P definições e J jogadores

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

ESTADO
VARIAVEIS_ESTADO
var_1 : $type_1$; ... ; var_M : $type_M$;
JOGADORES
$jogador_1$: boolean; ... ; $jogador_J$: boolean;

ESTADO_INICIAL
VARIAVEIS_ESTADO_INICIAIS
var_1 := var_{1o}; ... ; var_M := var_{Mo};
JOGADORES_INICIAIS
$jogador_1$:= $jogador_{1o}$; ... ; $jogador_J$:= $jogador_{Jo}$;

ACOES
$sentenca_1$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_W$};
...;
$sentenca_N$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_K$};

ESTRATEGIAS
$formula\_gal_1$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_L$};
...;
$formula\_gal_Q$ -> {$atribuicao_1$; ... ; $atribuicao_I$};

DEFINICOES
$definicao_1$:= $sentenca_1$;
... ;
$definicao_P$:= $sentenca_P$;

Figura 4.5.3 - Esquema da definição de um jogo com estratégias em *RollGame* com M variáveis de estado, N ações, Q estratégias, P definições e J jogadores

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

ESTADO
VARIAVEIS_ESTADO
var_1 : {val_{10},val_{11},val_{12},...,val_{17}}; ... ; var_5 : {val_{50},val_{51},val_{52},...,val_{57}}
JOGADORES
jog_1 : boolean; jog_2: boolean;

ESTADO_INICIAL
VARIAVEIS_ESTADO_INICIAIS
var_1 := val_{10}; ... ; var_5 := var_{50};
JOGADORES_INICIAIS
jog_1 := 1; jog_2 := 0;

ACOES
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{11};var_2:=val_{21};...;var_5:=val_{51};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{12};var_2:=val_{22};...;var_5:=val_{52};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{13};var_2:=val_{23};...;var_5:=val_{53};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{11}\&var_2=val_{21}\&...\&var_5=val_{51}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{12}\&var_2=val_{22}\&...\&var_5=val_{52}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{13}\&var_2=val_{23}\&...\&var_5=val_{53}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{15};var_2:=val_{25};...;var_5:=val_{55};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{14}\&var_2=val_{24}\&...\&var_5=val_{54}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{16};var_2:=val_{26};...;var_5:=val_{56};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{14}\&var_2=val_{24}\&...\&var_5=val_{54}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{17};var_2:=val_{27};...;var_5:=val_{57};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{16}\&var_2=val_{26}\&...\&var_5=val_{56}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};

Figura 4.5.4 - jogo sem estratégias na linguagem RollGame da figura 4.1.1

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115648/CA

ESTADO
VARIAVEIS_ESTADO
var_1 : {val_{10},val_{11},val_{12},...,val_{17}}; ... ; var_5 : {val_{50},val_{51},val_{52},...,val_{57}}
JOGADORES
jog_1 : boolean; jog_2: boolean;

ESTADO_INICIAL
VARIAVEIS_ESTADO_INICIAIS
var_1 := val_{10}; ... ; var_5 := var_{50};
JOGADORES_INICIAIS
jog_1 := 1; jog_2 := 0;

ACOES
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{11};var_2:=val_{21};...;var_5:=val_{51};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{12};var_2:=val_{22};...;var_5:=val_{52};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{13};var_2:=val_{23};...;var_5:=val_{53};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{11}\&var_2=val_{21}\&...\&var_5=val_{51}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{12}\&var_2=val_{22}\&...\&var_5=val_{52}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{13}\&var_2=val_{23}\&...\&var_5=val_{53}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{15};var_2:=val_{25};...;var_5:=val_{55};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{14}\&var_2=val_{24}\&...\&var_5=val_{54}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{16};var_2:=val_{26};...;var_5:=val_{56};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{14}\&var_2=val_{24}\&...\&var_5=val_{54}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{17};var_2:=val_{27};...;var_5:=val_{57};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{16}\&var_2=val_{26}\&...\&var_5=val_{56}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};

ESTRATEGIAS
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{11};var_2:=val_{21};...;var_5:=val_{51};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{10}\&var_2=val_{20}\&...\&var_5=val_{50}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{13};var_2:=val_{23};...;var_5:=val_{53};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{11}\&var_2=val_{21}\&...\&var_5=val_{51}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{14};var_2:=val_{24};...;var_5:=val_{54};$};
$jog_1=0\&jogo_2=1\&var_1=val_{13}\&var_2=val_{23}\&...\&var_5=val_{53}$ -> { $jog_1:=1;jogo_2:=0;var_1:=val_{15};var_2:=val_{25};...;var_5:=val_{55};$};
$jog_1=1\&jogo_2=0\&var_1=val_{14}\&var_2=val_{24}\&...\&var_5=val_{54}$ -> { $jog_1:=0;jogo_2:=1;var_1:=val_{17};var_2:=val_{27};...;var_5:=val_{57};$};

Figura 4.5.5 - jogo com estratégias na linguagem RollGame da figura 4.3.1