

## 2

### Má reputação induz bom comportamento do BC?

#### 2.1

##### Introdução

Este artigo estuda, sob uma perspectiva positiva, a relação entre reputação do Banco Central e política monetária. Mais especificamente, avaliamos como a política monetária de equilíbrio responde a variações na percepção que o público tem acerca da autoridade monetária em um modelo com informação privada.

Bancos Centrais percebidos como lenientes com a inflação implementariam, em equilíbrio, políticas monetárias mais agressivas do que seus congêneres avaliados como mais avessos ao aumento de preços? A partir da resposta a essa pergunta, podemos comparar os payoffs sociais obtidos mediante a introdução de uma regra rígida para a condução da política monetária com aqueles auferidos em um ambiente em que o Banco Central tem discricionariedade na condução de sua política.

Em princípio, seria natural imaginar que partidos associados a políticas que privilegiam o crescimento econômico de curto prazo, em detrimento de um combate vigoroso à inflação, adotem usualmente políticas monetárias frouxas. Contudo, segundo Henrique Meireles, presidente do Banco Central do Brasil, “historicamente são os governos de esquerda que mais querem segurar a inflação”. Desse modo, não haveria uma relação monotônica entre reputação do governante e política monetária de equilíbrio.

Desde o paper seminal de Kydland e Prescott (1977), a literatura econômica tem enfatizado a inconsistência intertemporal de planos ótimos. A política monetária ideal envolveria uma surpresa inflacionária no primeiro período, sucedida pelo combate à inflação em todos os demais instantes. Mas a ausência de comprometimento do Banco Central com a estratégia definida no período anterior tornaria inconsistente o plano definido no momento inicial.

Taylor (1983) e Canzoneri (1985) concluem que, se o BC não possuir nenhuma informação privada quanto aos choques que atingem a economia, o

melhor payoff social é obtido sem a concessão de qualquer discricionariedade aos banqueiros centrais. Estes deveriam adotar políticas que estariam univocamente determinadas pelos choques. Desse modo, não haveria espaço para que a reputação influenciasse as políticas efetivamente adotadas.

Ireland (1997) e Chari, Christiano e Eichenbaum (1998) mostram que modelos com informação completa quanto ao estado da economia e quanto ao tipo do Banco Central admitem múltiplos equilíbrios. Essa multiplicidade é potencializada quando o BC é paciente, viabilizando a existência de equilíbrios com payoffs sociais extremamente desfavoráveis. Já Sleet e Yeltekin (2005) mostram que a incerteza dos agentes quanto ao tipo do Banco Central reduz a multiplicidade de equilíbrios. Os dois autores concluem que BC's pacientes obtém payoffs arbitrariamente próximos aos que seriam auferidos se a autoridade monetária pudesse crivelmente se comprometer em não efetuar surpresas inflacionárias.

A existência de informação privada quanto ao estado da economia pode justificar a existência de algum grau de discricionariedade do BC. Athey, Atkeson e Kehoe (2005) afirmam que, dependendo da magnitude da informação privada do BC, o mecanismo ideal envolve a determinação de um teto para a inflação. Nesse caso, a autoridade monetária poderia escolher qualquer política que produzisse um aumento de preços igual ou inferior a esse teto. Contudo, o modelo desses três autores não possui diferentes tipos de BC's.

A principal contribuição deste trabalho é combinar, em um mesmo modelo, informação privada e diferentes tipos de banqueiros centrais. A preocupação com a reputação por parte do BC poderia, em tese, oferecer um contraponto à sua tentação em se desviar, a cada instante, da política ótima intertemporal. A presença de informação privada, por outro lado, pode restringir os ganhos reputacionais da autoridade monetária, limitando a importância da reputação nas estratégias de equilíbrio. Ao introduzir informação privada quanto ao estado da economia e a existência de dois tipos de BC, nosso modelo permite avaliar qual desses aspectos prevalece no equilíbrio sob diferentes cenários. Em particular, estudamos o payoff social de equilíbrio quando a autoridade monetária torna-se arbitrariamente paciente. O que ocorre com o problema de risco moral do BC se a taxa de desconto se aproxima de 1?

Além do impacto sobre a política monetária e a inflação, discutiremos ainda se reputação é importante para o debate sobre regras versus discricção. A forma ótima de implementação da política, com ou sem discricionariedade, depende da reputação do BC?

O principal resultado do artigo é que, em um jogo com infinitos períodos, o payoff ótimo pode ser arbitrariamente aproximado se os BC's forem suficientemente pacientes. Esse resultado independe da reputação inicial. Verificamos, ainda, que a política de equilíbrio responde de maneira não monotônica à credibilidade do BC. Por vezes, má reputação está associada com políticas monetárias ortodoxas no equilíbrio.

O modelo é descrito na seção 2. Na seção seguinte, apresentamos os resultados para o jogo com um número finito e conhecido de períodos. Na seção 4, exibimos os resultados para o jogo com infinitos períodos. A última seção conclui.

## 2.2

### Descrição do Modelo

O modelo é constituído por um Banco Central *long-lived* e por agentes *short-lived*, que vivem apenas um período. O BC pode assumir dois tipos. O primeiro, denominado BC honesto, se caracteriza por reportar sempre de forma verdadeira o choque  $\theta_t$ , observado privadamente. Já o segundo tipo de BC, nomeado oportunista, anuncia estrategicamente esse mesmo choque, com o objetivo de maximizar a seguinte função payoff:

$$-\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t [(U + x_t - \mu_t)^2 + \kappa (\lambda_t - \theta_t)^2] \quad \text{Eq. 1}$$

Da mesma forma que Athey, Atkeson e Kehoe (2005), nós interpretamos a equação acima como a forma reduzida do payoff de uma autoridade monetária que maximiza uma função de bem estar social dependente do desemprego, da inflação e da informação privada  $\theta$ .

Os parâmetros da Equação 1 são os seguintes:

- $U$ : taxa de desemprego natural definida exogenamente
- $x_t$ : taxa de inflação prevista pelos agentes para o período  $t$  com base em informações até  $t-1$
- $\theta_t$ : choque ocorrido no período  $t$
- $\mu_t$ : taxa de inflação escolhida pelo BC para o período  $t$ .

O primeiro termo quadrático refere-se à taxa de desemprego. Ela é determinada por uma curva de Phillips:

$$w_t = U + x_t - \mu_t \quad \text{Eq. 2}$$

Já o choque  $\theta$  relaciona-se com o custo social da inflação. Ele é i.i.d e pode assumir dois valores simétricos,  $\theta^h$  e  $\theta^l$ . Dessa forma, o choque  $\theta_t$  determina, dados os demais parâmetros do modelo, a taxa de inflação ótima para aquele período. O choque  $\theta^h$  está associado a uma taxa de inflação ótima mais elevada. A taxa de inflação socialmente ótima é alta, por exemplo, sob a ocorrência de choques de oferta que devem ser, ao menos parcialmente, acomodados. O choque  $\theta^l$ , por sua vez, induz uma taxa de inflação ideal mais baixa. Períodos em que não ocorrem choques de oferta relevantes podem ser representados pela realização de  $\theta^l$ .

O fato de  $\theta_t$  ser observado privadamente pelo BC possui duas justificativas. A primeira relaciona-se com os choques de oferta e demanda na economia. Enquanto os primeiros devem ser combatidos, os choques de oferta podem ser, ao menos parcialmente, acomodados. Como nenhum desses choques é diretamente observável, cada agente possui uma percepção acerca da magnitude de cada um deles. A informação privada do BC seria então a própria percepção acerca desses choques. Uma segunda razão para  $\theta_t$  não ser observado pelos agentes relaciona-se com o grau ótimo de acomodação dos choques de oferta. Esse grau ótimo de acomodação também não é observável. Assim, há uma heterogeneidade de opiniões a respeito da acomodação ideal e somente o BC conhece a sua própria opinião.

A cronologia dos eventos desempenha papel importante no modelo. A cada instante  $t$ , a primeira ação é tomada pelos agentes, que escolhem  $x_t$  com base

em informações reveladas até  $t-1$ . Em seguida, realiza-se o choque  $\theta_t$ , observado apenas pelo BC. Após observar esse choque, a autoridade monetária reporta, verdadeiramente ou não, o  $\theta$  ocorrido.

Para evitar o viés inflacionário, a ação ótima do BC do tipo honesto é escolher a taxa de inflação  $\mu_t = \theta_t/2$ . Em decorrência desse fato, assumimos que o BC tem a obrigação de sempre condicionar a inflação escolhida ao seu anúncio, de forma a mimetizar o comportamento ótimo do tipo honesto. Assim, ao informar que o choque observado em  $t$  foi  $\theta^h$ , deve fazer  $\mu_t = \theta^h/2$ . Analogamente, deve escolher  $\mu_t = \theta^l/2$  após o anúncio de  $\theta^l$ .

Se, no jogo estático, o BC oportunista preferir anunciar verdadeiramente  $\theta^h$  e  $\theta^l$ , teríamos equilíbrios triviais. Assumimos, então, que os parâmetros do modelo,  $U$  e  $\theta$ , são tais que, no jogo de um único período, o BC oportunista prefere divulgar  $\theta^h$  quando o verdadeiro choque for  $\theta^l$  para todo valor de  $x_t$ . Assim, o BC oportunista reportará verdadeiramente a realização de  $\theta^h$  e escolherá uma probabilidade  $p$  de mentir quando o choque ocorrido for  $\theta^l$ .

O comportamento do BC honesto pode ser motivado pela existência de pessoas que, em função de princípios morais, não mentem. Dessa forma, em sua função objetivo, adicionaríamos um termo que penalizasse fortemente o ato de enganar terceiros. Uma segunda explicação seriam banqueiros centrais “à la Rogoff”, que não se preocupam com o desemprego. Assim, procurariam minimizar apenas o segundo termo quadrático da Eq. 1, preferindo sempre anunciar o choque efetivamente ocorrido.

O jogo começa em  $t=0$ , quando os agentes observam a chegada de um novo BC ao poder e, desconhecendo qual o seu verdadeiro tipo, atribuem uma probabilidade exógena  $\Pi_0$  do BC ser do tipo oportunista. A ação dos agentes short-lived será sempre escolher  $x_t$  de forma a igualá-lo à expectativa de inflação para o período  $t$ , com base na história pública  $h_t$ . Essa história pública  $h_t$  inclui,

além de  $\Pi_t$ , toda a seqüência de anúncios  $\left\{ \widehat{\theta}_s \right\}_{s=0}^{s=t-1}$ .

Como temos apenas um jogador long-lived, o jogo apresenta trivialmente uma estrutura informacional denominada por Fudenberg e Levine (1994) por “product structure”. Utilizando o Teorema desses dois autores, podemos nos ater, sem perda de generalidade, a buscar equilíbrios em estratégias públicas. Desse

modo, em equilíbrio, os agentes conhecerão, em cada instante  $t$ , a estratégia do BC oportunista e, em consequência, o  $p_t$  que será efetivamente aplicado pelo BC oportunista. Em equilíbrio, teremos sempre então:

$$x_t = \Pi_t p_t | \theta | / 2 \quad \text{Eq. 3}$$

A atualização bayesiana das crenças quanto ao tipo do BC será função do anúncio público  $\hat{\theta}_t$ . Como, em equilíbrio, os agentes conhecerão o  $p_t$  escolhido pelo BC oportunista, podemos escrever:

- Após o anúncio de  $\hat{\theta}_{t-1} = \theta^l$ :

$$\pi_t = \frac{\pi_{t-1} \text{Prob}(\hat{\theta}_{t-1}^{\text{low}} / \text{BC oportunista})}{\frac{1 - \pi_{t-1}}{2} + \pi_{t-1} \text{Prob}(\hat{\theta}_{t-1}^{\text{low}} / \text{BC oportunista})} \xrightarrow{\text{yields}}$$

$$\pi_t = \frac{\pi_{t-1}(1 - p_{t-1})}{1 - \pi_{t-1}p_{t-1}} \quad \text{Eq. 4a}$$

- Após o anúncio de  $\hat{\theta}_{t-1} = \theta^h$ :

$$\pi_t = \frac{\pi_{t-1} \text{Prob}(\hat{\theta}_{t-1}^{\text{high}} / \text{BC oportunista})}{\frac{1 - \pi_{t-1}}{2} + \pi_{t-1} \text{Prob}(\hat{\theta}_{t-1}^{\text{high}} / \text{BC oportunista})} \xrightarrow{\text{yields}}$$

$$\pi_t = \frac{\pi_{t-1}(1 + p_{t-1})}{1 + \pi_{t-1}p_{t-1}} \quad \text{Eq. 4b}$$

A definição de equilíbrio utilizada é a de Equilíbrio Bayesiano Perfeito (EBP). No presente jogo, o conjunto de EBP coincidirá com o conjunto de Equilíbrios Seqüenciais, uma vez que a seguinte condição é atendida:

- para qualquer seqüência de anúncios  $\left\{ \hat{\theta}_t \right\}_{t=0}^{t=s}$ , se  $\Pi_0 \neq 1$ , os agentes atualizarão as suas crenças conforme as Equações 4a e 4b.

Nas duas subseções seguintes, apresentaremos os métodos de solução para o jogo finito e para o jogo infinito.

## 2.3

### Jogo com número finito e conhecido de períodos

No jogo com número finito e conhecido de períodos, procuraremos equilíbrios por meio do método de indução retroativa. Como adotamos a hipótese de que no jogo estático o BC oportunista preferirá mentir para todo  $x_t$ , sabemos que, no último período, denominado por  $T$ , o BC oportunista escolherá  $p_T=1$ . Isso definirá o payoff do BC oportunista no último período  $T$ , dependente apenas da reputação  $\pi_T$ . Como o choque  $\theta$  é i.i.d e com dois resultados igualmente prováveis, podemos escrever o payoff esperado em  $T$ , antes da realização de  $\theta_T$ , por:

$$v_T(\pi_T) = -\left(U + \frac{\pi_T \theta}{2} - \frac{\theta^{high}}{2}\right)^2 - 0,5(0,5|\theta|)^2 - 0,5(1,5|\theta|)^2 \quad \text{Eq. 5}$$

No penúltimo período, o payoff esperado do BC oportunista pode ser representado por um payoff instantâneo e pelo valor de continuação, determinado por  $v_T$  definido anteriormente. Seja  $\pi_T^h$  a reputação no último período após o anúncio, em  $T-1$ , de  $\theta^h$ . Analogamente, denomine por  $\pi_T^l$  a reputação em  $T$  após o anúncio de  $\theta^l$ . Lembrando que a inflação  $\mu_t$  é determinada pelo anúncio no respectivo período, podemos representar o payoff esperado do BC oportunista em  $T-1$  por:

$$v_{T-1} = -\left((0,5 + \mu(\pi_T^h - 1)/2)\pi_T^h + (\pi_T^l - 1)\mu(\pi_T^h - 1)/2 - \theta^{high}/2\right)^2 + (0,5 - \mu(\pi_T^h - 1)/2)\pi_T^h + (\pi_T^l - 1)\mu(\pi_T^h - 1)/2 - \theta^{low}/2)^2 + (1 - \mu(\pi_T^h - 1)/2)(0,5|\theta^h|)^2 + \mu(\pi_T^h - 1)/2(1,5|\theta^h|)^2 + (0,5 + \mu(\pi_T^l - 1)/2)\pi_T^l + (\pi_T^h - 1)\mu(\pi_T^l - 1)/2 - \theta^{high}/2)^2 + (0,5 - \mu(\pi_T^l - 1)/2)\pi_T^l + (\pi_T^h - 1)\mu(\pi_T^l - 1)/2 - \theta^{low}/2)^2 + (1 - \mu(\pi_T^l - 1)/2)(0,5|\theta^l|)^2 + \mu(\pi_T^l - 1)/2(1,5|\theta^l|)^2$$

O problema de risco moral do BC oportunista ocorre somente quando o choque realizado é  $\theta^l$ . Desse modo, a restrição de compatibilidade de incentivos (IC) deve ser construída de forma que os payoffs sejam avaliados sob a realização do choque potencialmente desfavorável ao tipo oportunista. Dada a realização de  $\theta^l$ , o payoff de equilíbrio do BC oportunista no penúltimo período  $T-1$  pode ser escrito por:

$$v_T(\pi_T^h) - v_T(\pi_T^l) = -\left[ p(\pi_T^h - 1) \left( U + (\pi_T^h - 1) \frac{|\theta|}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 - \theta^{high} \frac{|\theta|}{2} \right] + (1-p) \left[ p(\pi_T^h - 1) \left( U + (\pi_T^h - 1) \frac{|\theta|}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + p(\pi_T^h - 1) (1.5|\theta|)^2 + (1-p)(0.5|\theta|)^2 \right] + p(\pi_T^h - 1) v_T(\pi_T^h) + (1-p) v_T(\pi_T^l)$$

Sabemos que, ao respeitar a ação prescrita, o BC oportunista deve auferir um payoff maior ou igual ao obtido sob qualquer desvio. Contudo, o desvio por parte do BC não será observado pelos agentes. Dessa forma, não há alteração na regra de evolução das crenças, ou mesmo na formação de  $x_{T-1}$ , definido antes da realização do choque  $\theta_{T-1}$

Ao se desviar, o BC simplesmente altera a distribuição de probabilidades dos dois possíveis payoffs instantâneos, bem como dos dois valores de continuação,  $v_T(\pi_T^l)$  e  $v_T(\pi_T^h)$ . Portanto, para todo  $p' \in (0,1)$ , a IC estará satisfeita se no penúltimo período, para todo  $p' \in (0,1)$ , a seguinte desigualdade for válida:

$$-\left[ p(\pi_T^h - 1) \left( U + (\pi_T^h - 1) \frac{|\theta|}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + (1-p) \left( U + (\pi_T^h - 1) \frac{|\theta|}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + p(\pi_T^h - 1) (1.5|\theta|)^2 + (1-p)(0.5|\theta|)^2 + p(\pi_T^h - 1) v_T(\pi_T^h) + (1-p) v_T(\pi_T^l) \right] \geq -\left[ p' \left( U + \frac{\pi_{T-1} p' |\theta|}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + 0.5 |\theta|^2 + v_T(\pi_T^h) \right]$$

Como a IC é linear na ação efetivamente tomada  $p'$ , podemos concluir que, para  $p$  interior, a desigualdade é válida apenas se os desvios para  $p=1$  e para  $p=0$  produzirem o mesmo payoff. Adicionalmente, temos que esse mesmo payoff deve ser idêntico ao obtido se o BC oportunista adotar  $p=p^*$ . Portanto, a restrição de incentivo para  $p$  interior estará satisfeita em  $T-1$  sempre que vigorar a seguinte igualdade:

$$-\left\{ \left( U + \frac{\pi_{T-1} p |\theta|}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + 0.5 |\theta|^2 + v_T(\pi_T^h) \right\} = -\left\{ \left( U + \frac{\pi_{T-1} p' |\theta|}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + 0.5 |\theta|^2 + v_T(\pi_T^l) \right\} \quad \text{Eq. 9}$$

Em relação ao equilíbrio com  $p=1$ , sabemos que, como o payoff é linear na ação efetivamente tomada, basta comparar o payoff de equilíbrio com o de um potencial desvio. Se a IC estiver satisfeita para esse desvio, ela estará necessariamente satisfeita para os demais. Assim, se compararmos com o desvio para  $p=0$ , podemos escrever a IC para  $p=1$  no penúltimo período como:

$$\left( U + \frac{\pi_{T-1} |\theta|}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + 0.5 |\theta|^2 + v_T(\pi_T^h) \geq \left( U + \frac{\pi_{T-1} |\theta|}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + 0.5 |\theta|^2 + v_T(\pi_T^l) \quad \text{Eq. 10}$$



Avaliadas as IC's para  $p$  interior e  $p=1$ , cabe destacar que  $p=0$  jamais será equilíbrio do jogo. Esse fato decorre da hipótese de que, no jogo estático, o BC oportunista preferirá sempre mentir. Se  $p=0$  fosse equilíbrio, teríamos  $\pi_T^l = \pi_T^h$ , afastando qualquer efeito dinâmico sobre a ação efetivamente tomada.

A estratégia de equilíbrio em  $T-1$  é encontrada a partir das IC's para  $p$  interior e para  $p=1$ . Obtida a estratégia de equilíbrio no penúltimo período, construímos a função valor  $v_{T-1}$ , dependente apenas de  $\pi_{T-1}$ . Repetimos então o procedimento até  $t=1$ , para encontrar as estratégias de equilíbrio de todos os períodos.

## 2.4

### Jogo com infinitos períodos

No jogo com infinitos períodos, iremos procurar por equilíbrios estacionários em que a ação do BC oportunista no período  $t$  depende apenas de sua reputação  $\pi_t$ . Desse modo, serão descartados equilíbrios em que os agentes procuram punir o BC após anúncios de  $\theta^h$ , ou, analogamente, recompensá-lo após anúncios de  $\theta^l$ , de forma a induzir o tipo oportunista a adotar estratégias mais próximas de  $p=0$ . Esses equilíbrios não estacionários, em que as estratégias dependem da reputação e também da história de anúncios, não seriam à prova de renegociação e, adicionalmente, sofreriam da inconsistência intertemporal dos planos ótimos observada em Kydland e Prescott (1977).

A inconsistência dos planos não estacionários decorre da combinação de dois fatos. Em primeiro lugar, BC e agentes compartilham a mesma função de recompensa. Além disso, antes de tomar a sua ação, o BC observa a ação tomada pelos agentes. Assim, os agentes sempre são tentados a não implementar equilíbrios punitivos, prometendo adotá-los nas rodadas seguintes. Suponha que em um equilíbrio não estacionário, o valor de continuação,  $v_t$ , dependa de  $\pi_t$  e também de  $h_{t-1}$ . Teríamos então  $v_t(\pi_t, h_{t-1})$ . Sejam  $h_{t-1}^*$  e  $h_{t-1}^{**}$  duas histórias tais que, para um determinado  $\pi_t^\#$ , tenhamos  $v_t(\pi_t^\#, h_{t-1}^*) > v_t(\pi_t^\#, h_{t-1}^{**})$ . Como o payoff dos agentes é igual ao do Banco Central oportunista, uma vez atingida a reputação  $\pi_t^\#$ , mesmo após a história  $h_{t-1}^{**}$ , os agentes teriam incentivo a implementar a sequência prescrita associada a  $v_t(\pi_t^\#, h_{t-1}^*)$ . Como o BC age após observar a ação dos agentes, ele também adotaria a ação prescrita vinculada a  $v_t(\pi_t^\#, h_{t-1}^*)$ . Desse

modo, em qualquer equilíbrio não estacionário, seriam adotadas apenas ações associadas a sequências que maximizam o valor de continuação de um determinado valor de  $\pi_t$ , independente da história observada  $h_{t-1}$ . Portanto, equilíbrios não estacionários não são perfeitos em sub-jogos.

Tal como nos jogos finitos, também representaremos o payoff do BC oportunista por duas parcelas. A primeira refere-se ao valor auferido instantaneamente. Já a segunda parcela representa o valor presente dos payoffs obtidos em todos os períodos subseqüentes. Seja  $\pi_{t+1}^l$  a reputação em  $t+1$  após um anúncio de  $\theta^l$  em  $t$ . Analogamente, denote por  $\pi_{t+1}^h$  a reputação após o anúncio de  $\theta^h$ . Desse modo, representamos a função valor do BC oportunista por:

$$v(\pi_t) = (0,5 + 0,5p_t) \left( U + \frac{\pi_t p_t \theta^l}{2} - \frac{\theta^l}{2} \right)^2 + (0,5 - 0,5p_t) \left( U + \frac{\pi_t p_t \theta^h}{2} + \frac{\theta^h}{2} \right)^2 + (1 - 0,5p_t)(0,5\theta)^2 + 0,5p_t(1,5\theta)^2 + (0,5 + 0,5p_t)v(\pi_{t+1}^l) + (0,5 - 0,5p_t)v(\pi_{t+1}^h) \quad \text{Eq. 11}$$

Em equilíbrio, condicionado na realização do choque  $\theta^l$ , o payoff obtido pelo BC oportunista ao se desviar da ação prescrita deve ser igual ou inferior ao obtido sem desvio. Tal como no jogo finito, os desvios não são observados pelos agentes, alterando apenas as probabilidades associadas aos dois payoffs instantâneos e às reputações para o período seguinte. A linearidade da função valor em relação à ação efetivamente tomada pelo BC permite que as três IC's do BC oportunista sejam escritas como:

$$-\left\{ \left( U + \frac{\pi_t p^* \theta^l}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + (1,5|\theta|D^2 + v_t(\pi_{t+1}^h)) \right\} \geq \left\{ \left( U + \frac{\pi_t p^* \theta^l}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + (0,5|\theta|D^2 + v_t(\pi_t)) \right\} \quad \text{IC } p=1 - \text{Eq. 12}$$

$$-\left\{ \left( U + \frac{\pi_t p^* \theta^l}{2} - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + (1,5|\theta|D^2 + v_t(\pi_{t+1}^h)) \right\} = -\left\{ \left( U + \frac{\pi_t p^* \theta^l}{2} - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + (0,5|\theta|D^2 + v_t(\pi_{t+1}^l)) \right\} \quad \text{IC para } p \text{ interior Eq. 13}$$

$$-\left\{ \left( U - \frac{\theta^{high}}{2} \right)^2 + (1,5|\theta|D^2 + v(\pi_t)) \right\} \geq \left\{ \left( U - \frac{\theta^{low}}{2} \right)^2 + (0,5|\theta|D^2 + v(\pi_t)) \right\} \quad \text{IC } p=0 \quad \text{Eq. 14}$$

O Teorema de Cripps, Maillath e Samuelson (2004) nos permite concluir que, sob o comando do tipo oportunista, a reputação do BC estará, após um número suficientemente grande de períodos, arbitrariamente próxima de 1. Já sob o comando do tipo honesto, a reputação caminhará para a vizinhança de 0. Os três autores mostram que, se a ação do tipo honesto não é uma ação de equilíbrio para

o tipo oportunista no jogo estático, então, em qualquer equilíbrio de Nash do jogo repetido indefinidamente, com informação incompleta e monitoramento imperfeito, quase certamente os jogadores short-lived aprenderão o tipo do jogador long-lived.

O equilíbrio estacionário será encontrado por simulação no programa Matlab. Para cada conjunto de parâmetros,  $U$ ,  $\theta$  e taxa de desconto, simularemos o jogo com um número suficiente de períodos para que a função valor convirja.

## 2.5

### Resultados do jogo finito

Como os mandatos políticos são usualmente de quatro anos, avaliaremos jogos finitos com esse número de períodos. Já sabemos que, na última rodada, o BC oportunista anunciará  $\theta^h$ . No segundo e no terceiro período, a ação do BC será dependente dos anúncios anteriores.

Como as IC's para  $p$  interior e  $p$  igual a 1 são uma função implícita do próprio  $p$ , não é possível encontrar soluções explícitas para os equilíbrios a partir dos parâmetros  $U$  e  $\theta$ . No entanto, podemos caracterizar a ação de equilíbrio do BC oportunista quando  $\pi$  se aproxima de zero e quando  $\pi$  se aproxima de 1.

Quando  $\pi_{T-n-1} \rightarrow 0$ , temos que, pela regra de atualização das crenças,  $\pi_{T-n}^h \rightarrow 0$ . Como  $v_{T-n}$  é contínua em  $\pi$  para qualquer  $n$ , sabemos que  $v_{T-n}(\pi_{T-n}^h) \rightarrow v_{T-n}(0)$ . Relembrando, a IC de  $p=1$  é dada por:

$$-\left\{\left(U + \frac{\pi_T |\theta|}{2} - \frac{\theta^h |\theta^h|}{2}\right)^2 + 0,5 |\theta D|^2\right\} + v_{T-n}(\pi_{T-n}^h) \geq -\left\{\left(U + \frac{\pi_T |\theta|}{2} - \frac{\theta^{low}}{2}\right)^2 + 0,5 |\theta D|^2\right\} + v_{T-n}(0) \quad \text{Eq. 15}$$

Portanto, como  $v_{T-n}(\pi_{T-n}^h)$  é arbitrariamente próximo de  $v_{T-n}(0)$ , a IC de  $p=1$  estará satisfeita para valores em que  $\pi_{T-n-1} \rightarrow 0$ . Assim, concluímos que na vizinhança de  $\pi_{T-n-1}$  igual a zero, a ação de equilíbrio será  $p=1$  para quaisquer valores de  $U$  e  $\theta$  em que, no jogo estático, mentir com probabilidade 1 é o único equilíbrio.

Já quando  $\pi_T \rightarrow 1$ , a ação de equilíbrio será adotar  $p$  aproximadamente igual a 1. Isso ocorre porque para todo  $p_{T-n-1}^*$ , existe um  $\pi^*$  para o qual, para todo  $\pi_{T-n-1} > \pi^*$  combinado com um  $p_{T-n-1} < p_{T-n-1}^*$ , temos  $\pi_{T-n}^h$  arbitrariamente próximo de

$\pi^l_{T-n}$ . Como  $v$  é contínua,  $v(\pi^h_{T-n})$  também estará arbitrariamente próximo de  $v(\pi^l_{T-n})$ . Relembrando, a IC de  $p$  interior é dada por:

$$-\left\{U + \frac{\pi_T p_{T-n-1} |\theta|}{2} - \frac{\theta \lambda \pi^h}{2}\right\} + 0,5 \theta D^2 + v_{T-n}(\pi^h_{T-n}) = -\left\{U + \frac{\pi_T p_{T-n-1} |\theta|}{2} - \frac{\theta \lambda \pi^l}{2}\right\} + 0,5 \theta D^2 + v_{T-n}(\pi^l_{T-n}) \quad \text{Eq. 16}$$

Como  $v(\pi^h_{T-n}) \approx v(\pi^l_{T-n})$  para  $p < p^*_{T-n-1}$ , a IC poderá ser satisfeita apenas para  $p$  maior que  $p^*_{T-n-1}$ . Se tomarmos um valor de  $p^*_{T-n-1}$  próximo de 1, concluímos que, na vizinhança de  $\pi=1$ , o equilíbrio será com  $p$  arbitrariamente próximo ou igual a um.

Desse modo, nos valores extremos do domínio de  $\pi$ , a ação de equilíbrio será mentir com probabilidade arbitrariamente próxima ou igual a 1. Esse resultado é intuitivo, uma vez que quando os agentes estão praticamente convencidos de que o BC é de determinado tipo, o efeito reputacional torna-se arbitrariamente reduzido.

Para as demais regiões do domínio de  $\pi$ , apresentaremos os resultados de jogos em que a taxa de desemprego natural,  $U$ , varia entre 0,75 e 7. Esse intervalo inclui as principais estimativas para a taxa natural americana na primeira metade da década de noventa, conforme Staiger, Stock e Watson (1997)<sup>1</sup>. Já o módulo do choque não observado,  $\theta$ , situa-se entre 0,01 e 4, permitindo a avaliação de praticamente todo o espectro de valores compatíveis com a hipótese de que o tipo oportunista implementará  $p=1$  no derradeiro período.

Os gráficos 1 e 2 apresentam as estratégias de equilíbrio em  $t=1$  e  $t=2$  como função da reputação inicial  $\pi_1$ . No primeiro gráfico, assumimos  $U=4$  e  $\theta=3$ . Já no segundo, consideramos  $U=2.5$  e  $\theta=2$ . As estratégias no segundo período são condicionadas aos anúncios efetuados em  $t=1$ . É oportuno destacar que em  $t=3$ , a estratégia de equilíbrio foi mentir com probabilidade um em todo o conjunto de parâmetros analisado.

<sup>1</sup> Segundo os autores, um típico intervalo de confiança de 95% da taxa de desemprego para esse período é 5.1% a 7.7%.

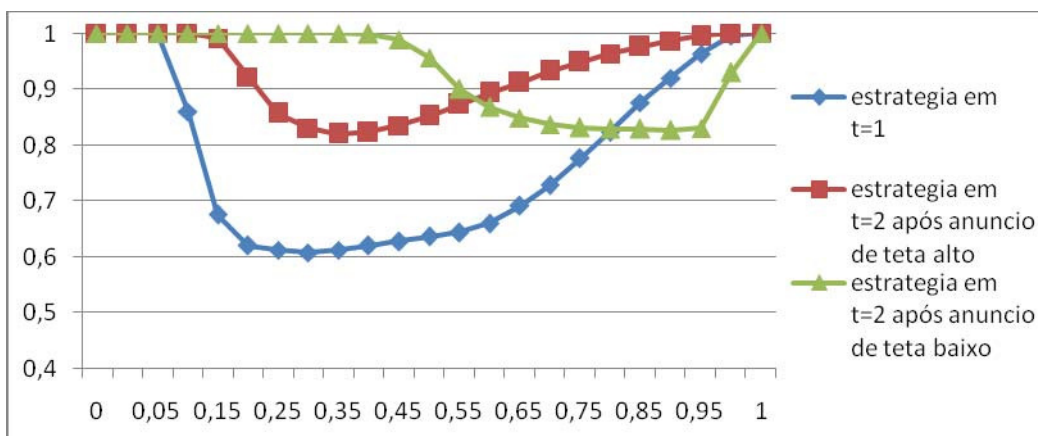


Gráfico 1: Estratégia de equilíbrio em t=1 e t=2 como função da reputação inicial (U=4 e teta=3)

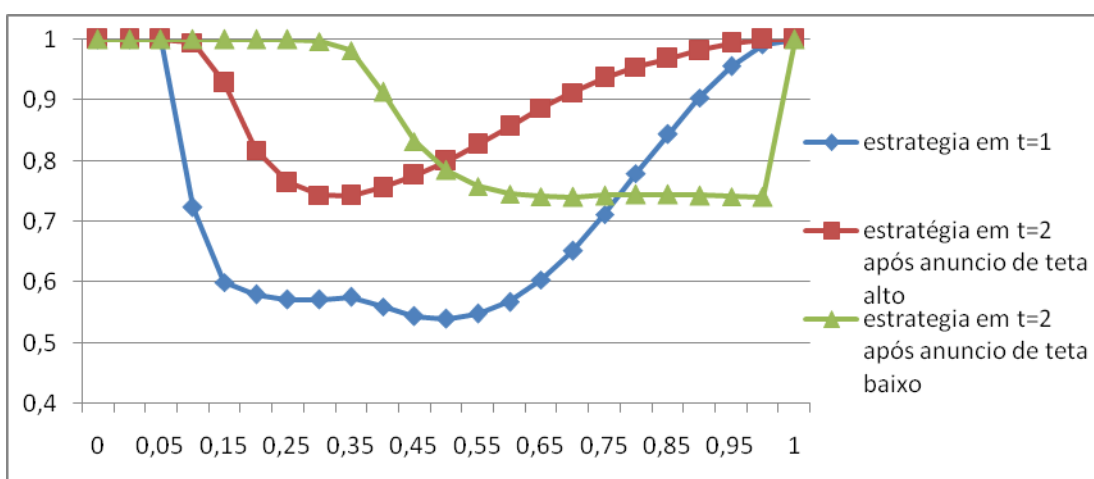


Gráfico 2: Estratégia de equilíbrio em t=1 e t=2 como função da reputação inicial (U=2.5 e teta=2)

Os dois gráficos acima, combinados com a informação de que temos  $p=1$  nos dois últimos períodos, são compatíveis com o ciclo político da inflação verificado por Milani (2007) para a economia americana até o final dos anos setenta. Ou seja, em períodos pré-eleitorais, há uma elevação nas taxas de inflação. Nos gráficos, vemos que  $p_1$  é sempre menor do que  $p_2$  quando é anunciado  $\theta^h$  no primeiro período. Já após o anúncio de  $\theta^l$ , temos  $p_1 < p_2$  para todo  $\pi_1$  menor do que 0,8. Mas se  $\pi_1 \geq 0,8$ , são pequenas as chances de, em equilíbrio, ocorrer um anúncio de  $\theta^l$  no primeiro período. Desse modo, sob o comando de um BC oportunista, a trajetória esperada da inflação é ascendente. A partir dos anos oitenta, os ciclos políticos deixaram de ser observados nos EUA, segundo Milani. Esse fato poderia indicar que a presidência do Federal Reserve passou a ser

ocupada por banqueiros centrais do tipo “honesto”. No Brasil, a vulnerabilidade a choques demonstrada em grande parte dos últimos quinze anos dificulta identificar, empiricamente, a existência de ciclos políticos. O gráfico abaixo mostra a taxa de inflação anual no país entre 1995 e 2009.

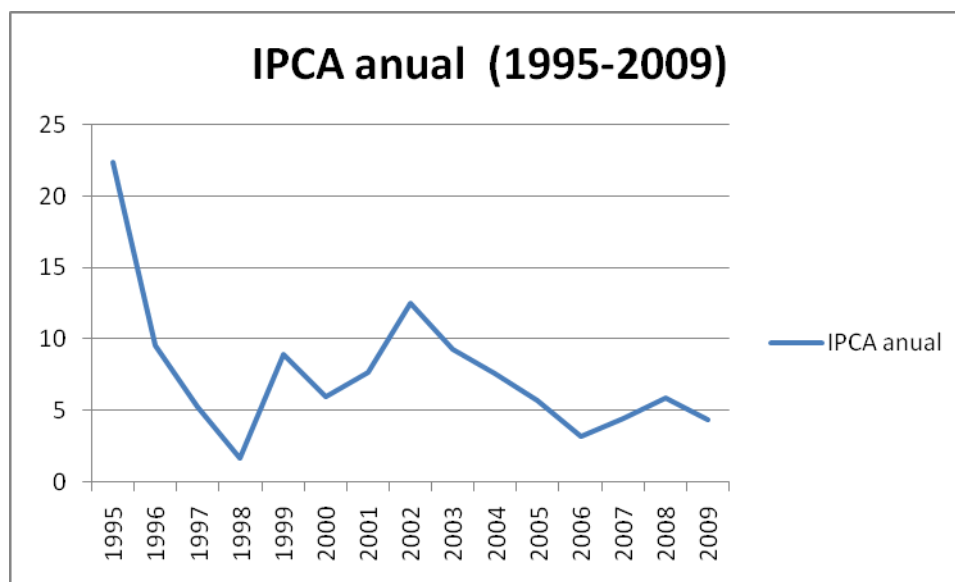


Gráfico 3

O gráfico acima mostra que, no primeiro ciclo eleitoral completo após a implementação do Plano Real, houve uma redução da taxa de inflação ano a ano (1995-1998). No segundo ciclo, entre 1999 e 2002, houve uma aceleração da inflação nos últimos três anos. Por fim, entre 2003 e 2006, houve uma nova queda da inflação ao longo de todo o período. Sem efetuar qualquer controle para choques inflacionários, a trajetória observada da inflação seria compatível com a presença de um BC do tipo honesto entre 1995 e 1998 e entre 2003 e 2006. Já entre 1999 e 2002, a trajetória ascendente seria compatível com um BC do tipo oportunista.

O gráfico seguinte permite avaliar como as estratégias de equilíbrio em  $t=1$  respondem a variações na taxa natural de desemprego e em  $t=0$ . O Gráfico 4 exibe a estratégia de equilíbrio do BC oportunista no primeiro período do jogo. Fixados  $U=3$  e taxa de desconto igual a um, são considerados quatro diferentes valores de  $t=0$ : 2.5; 2; 1; 0.01.

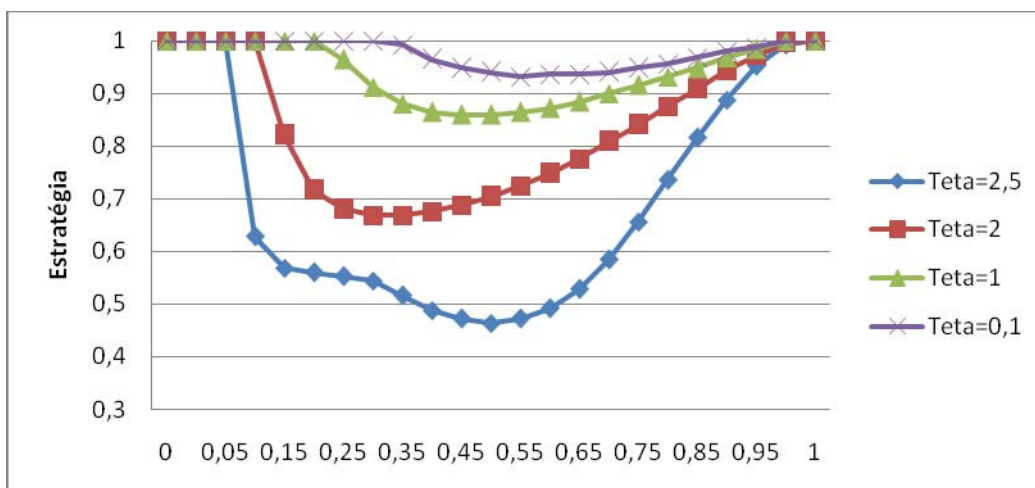


Gráfico 4: Estratégia de Equilíbrio em t=1 em função da reputação inicial para diferentes valores de teta ( $U=3$ )

O gráfico acima evidencia a não monotonicidade da ação do BC. Para reputações iniciais baixas, uma deterioração na reputação provoca um melhor comportamento do BC. Já quando a reputação inicial é ruim, a piora em  $\pi_1$  induz o BC oportunista a mentir com maior probabilidade.

Outro aspecto que merece destaque é a correlação negativa entre teta e o  $p$  de equilíbrio. É importante destacar que esse comportamento não se repete para todo o conjunto de valores dos parâmetros. O aumento de teta, de um lado, inibe os anúncios mentirosos, devido ao impacto sobre o termo  $(\mu_t - \theta_t)$  na função payoff do BC oportunista. Contudo, a elevação de teta também torna a mentira mais atraente, na medida em que reforça o impacto sobre o desemprego de um anúncio inflacionário. Assim, o impacto de mudanças em teta sobre a ação de equilíbrio é ambíguo.

No gráfico 5, são apresentadas estratégias de equilíbrio no primeiro período para quatro diferentes valores de  $U$ . Nessas simulações, o teta foi fixado em 2 e a taxa de desconto em 1.

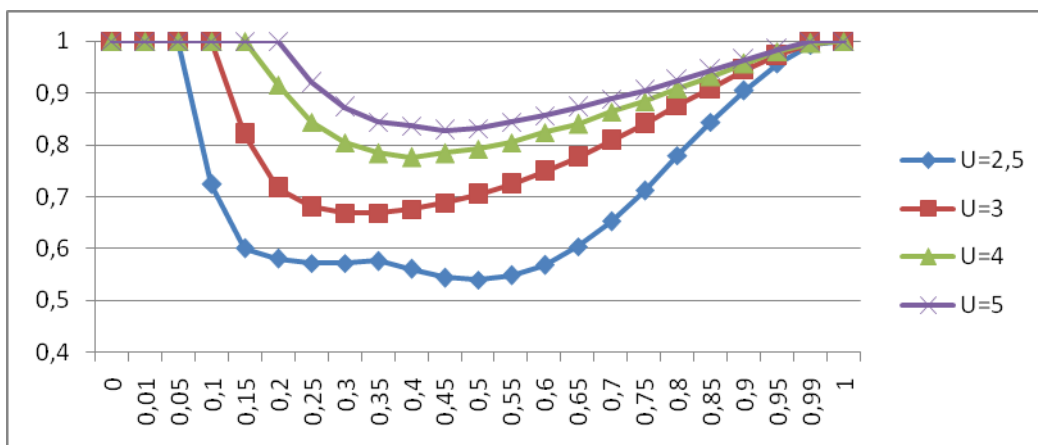


Gráfico 5: Estratégia de Equilíbrio em  $t=1$  em função da reputação inicial para diferentes valores da taxa de desemprego ( $teta=2$ )

O Gráfico 5 mostra a relação positiva entre  $U$  e  $p$  de equilíbrio. Essa relação vale para todos os valores dos parâmetros  $U$  e  $teta$ , pois aumentos em  $U$  tornam mais atrativos os anúncios falsos de  $\theta^h$ . Outro ponto que merece destaque é o formato em  $U$  das quatro curvas, tal como observado no Gráfico 4.

Por fim, resta comparar os payoffs sociais esperados obtidos com e sem discricção. No cenário sem discricção, assumimos que o BC é forçado a implementar sempre inflação igual a zero. Desse modo, os agentes escolhem  $x_t=0$  para todo  $t$ . Esse valor equivale ao valor esperado do choque  $\theta$ . Para que a taxa de inflação a ser entregue sob o regime de regras fosse positivo e variante no tempo, bastaria introduzir valores de  $\theta^h$  e  $\theta^l$  que apresentassem média maior do que zero e que mudassem a cada período.

Evidentemente, os payoffs sociais esperados dependem da distribuição conjunta de tipos do BC e de suas reputações iniciais. Assumiremos que os BC's do tipo honesto possuem reputações iniciais  $\pi_1=0.2$ . Já em relação à reputação inicial do BC oportunista, simularemos quatro diferentes cenários:  $\pi_1=0.2$ ,  $\pi_1=0.4$ ,  $\pi_1=0.6$  e  $\pi_1=0.9$ . Serão consideradas também quatro diferentes probabilidades do BC do tipo honesto assumir a condução da política monetária: 0.1; 0.3; 0.6 e 0.9.

A Tabela 1 mostra qual o melhor payoff, discricionário ou sem discricção, quando  $U=3$  e  $teta=2$ .



Tabela 1: Comparação entre payoffs discricionário e sem discricção

| Reputação Inicial do BC oportunista | Probabilidade de o BC ser comandado pelo tipo Honesto | Melhor Payoff Esperado |
|-------------------------------------|---|------------------------|
| $\pi_1=0.2$                         | 0.1   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.2$                         | 0.3   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.2$                         | 0.6   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.2$                         | 0.9   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.4$                         | 0.1   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.4$                         | 0.3   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.4$                         | 0.6   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.4$                         | 0.9   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.6$                         | 0.1   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.6$                         | 0.3   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.6$                         | 0.6   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.6$                         | 0.9   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.9$                         | 0.1   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.9$                         | 0.3   | Discricionário         |
| $\pi_1=0.9$                         | 0.6   | Sem discricção         |
| $\pi_1=0.9$                         | 0.9   | Sem discricção         |

A Tabela 1 mostra que a solução discricionária é melhor em praticamente todos os cenários considerados. As únicas exceções ocorrem quando há uma elevada probabilidade de o BC ser comandado por alguém do tipo oportunista e com má reputação inicial. Portanto, a reputação inicial do BC é um dos determinantes da forma ótima de implementação da política monetária.

## 2.6

### Resultados do jogo infinito

Na presente seção mostraremos simulações que ilustram o impacto de mudanças na taxa de desconto, em  $U$  e em  $\theta$  sobre a estratégia de equilíbrio. Vale ressaltar que, como são equilíbrios estacionários, a ação depende apenas da reputação instantânea. Desse modo, os gráficos abaixo indicam as ações de equilíbrio para todo  $t$  e toda história pública  $h_t$  como função somente da reputação  $\pi_t$ .

O gráfico 6 mostra as estratégias de equilíbrio do BC oportunista para três valores da taxa de desconto: 0.7, 0.8 e 0.9. As simulações foram realizadas com  $U=3$  e  $\theta=2$ .

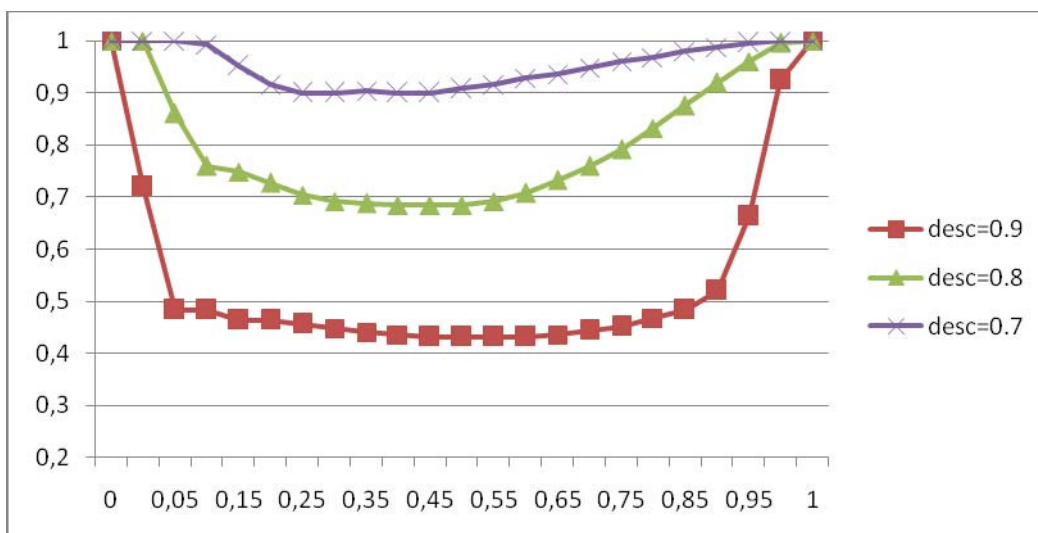


Gráfico 6: Estratégias de Equilíbrio do BC oportunista para diferentes valores da taxa de desconto (U=3 e teta=2)

Como podemos ver, fixada a reputação  $\pi_t$ , a elevação da taxa de desconto induz o BC oportunista a se comportar melhor. Assim, conforme esperado, BC's oportunistas pacientes possuem uma estratégia mais parecida com a do tipo honesto. Isso ocorre porque o aumento da taxa de desconto torna o efeito reputacional mais poderoso, reduzindo o problema de risco moral do BC oportunista. Esse resultado foi obtido com diferentes valores para os parâmetros U e teta.

Os Gráficos 7 e 8 ilustram a influência de U e teta sobre a estratégia de equilíbrio. No gráfico 6, fixamos U=3 e desc=0.8. Já no gráfico 8, assumimos teta=2 e desc=0.8.

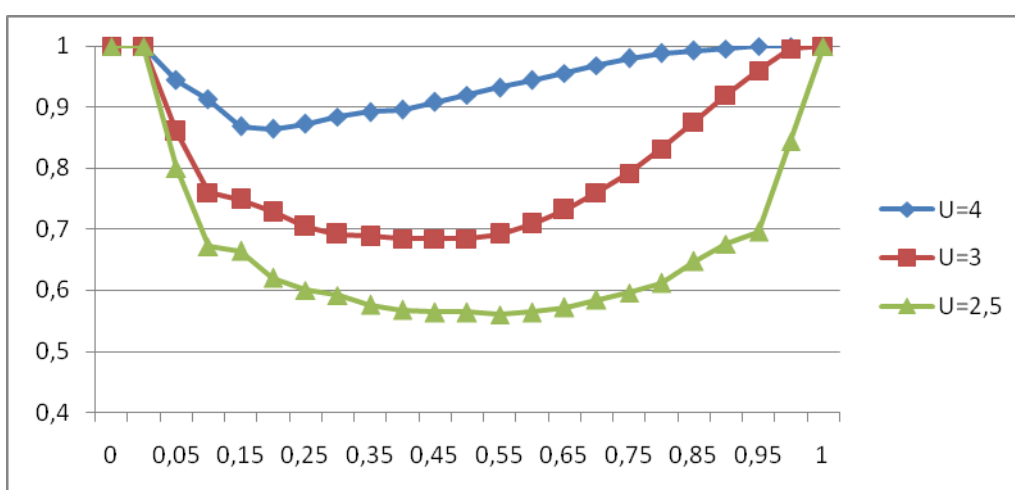


Gráfico 7: Estratégia de equilíbrio para diferentes valores da taxa de desemprego

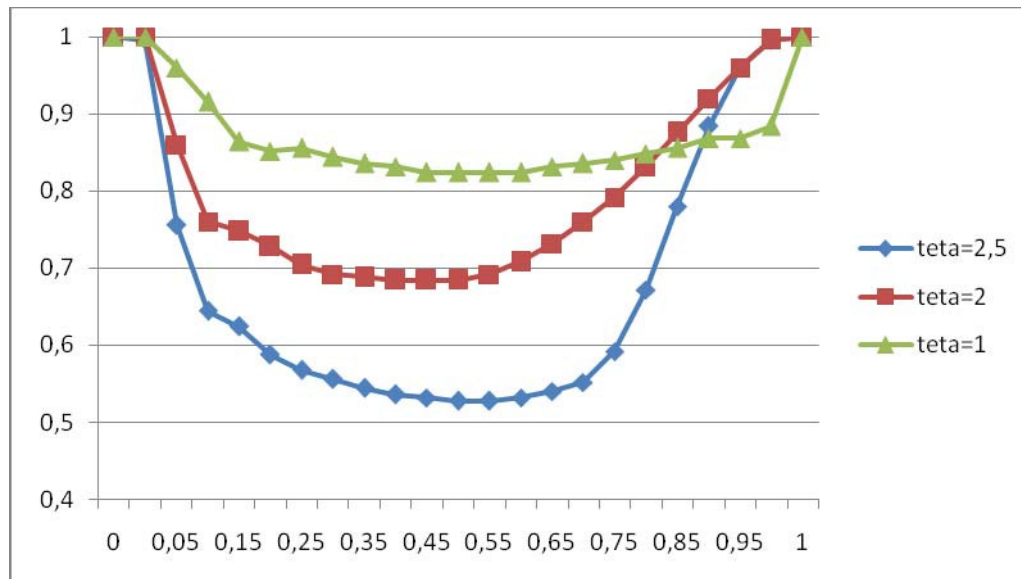


Gráfico 8: Estratégia de equilíbrio para diferentes valores de teta

O Gráfico 7 revela que, assim como no jogo finito, aumentos em  $U$  induzem  $p$ 's de equilíbrio mais altos. Já o Gráfico 8 mostra que a relação entre a estratégia de equilíbrio e  $teta$  depende dos parâmetros e da reputação instantânea. Nas três simulações efetuadas, a correlação entre  $teta$  e  $p$  é negativa para reputações inferiores a 0,8. Quando  $\pi$  está acima desse valor, o sinal da correlação se inverte. Desse modo, o gráfico ilustra o efeito ambíguo de  $teta$  sobre as estratégias de equilíbrio.

## 2.7

### Caracterização do equilíbrio quando $\delta \rightarrow 1$

Na presente seção, responderemos a seguinte pergunta: ao tornar-se mais paciente, o BC oportunista obtém, em equilíbrio, um payoff arbitrariamente próximo ao que seria obtido se ele pudesse se comprometer, de forma crível, em anunciar verdadeiramente os choques? Em outras palavras: a taxa de desconto  $\delta$  pode resolver o problema de risco moral do tipo oportunista?

À medida que  $\delta$  se aproxima de 1, os payoffs futuros tornam-se mais relevantes, em detrimento do payoff instantâneo. Esse fato pode, de um lado, induzir o BC oportunista a se comportar melhor em cada período. De outro lado, ao tornar payoffs futuros mais importantes, a elevação da taxa de desconto

valoriza períodos em que, potencialmente, as reputações são piores, conforme o referido teorema de Cripps, Maillath e Samuelson.

Fudenberg e Levine (1992) estabelecem condições suficientes para que, em um jogo com monitoramento imperfeito, o payoff do jogador long lived convirja para o melhor resultado possível dentre aqueles obtidos ao se comprometer, pública e fielmente, com uma determinada estratégia. No nosso modelo, não é atendida a condição de que o tipo honesto possui suporte cheio. Ou seja, para que pudéssemos aplicar diretamente o teorema dos dois autores, deveriam existir, para cada ponto  $y$  no intervalo  $(0, 1)$ , BC's que, de forma autômata, adotassem sempre a ação  $p=y$ .

Como demonstrado no Anexo 1, o efeito sobre o comportamento do BC prevalece. Desse modo, o payoff do BC oportunista converge para um valor limitado inferiormente pelo payoff auferido quando o BC se compromete e implementa  $p_t=0$  para todo instante  $t$ . Representamos esse payoff por  $v_R$ . Na demonstração, constatamos que, ao se desviar para  $p_t=0$  em todo o  $t$ , o BC oportunista irá auferir um payoff arbitrariamente próximo a  $v_R$  quando  $\delta$  tender a 1. Como, em equilíbrio, o BC oportunista auferir um payoff maior ou igual ao obtido em qualquer desvio, fica estabelecido um limite inferior para o payoff do BC.

## 2.8

### Conclusão

O presente artigo avaliou como a política monetária de equilíbrio responde a variações na reputação do Banco Central. Verificamos fundamentalmente que essa relação não é monotônica. Desse modo, é possível que um BC percebido como leniente com a inflação adote, em equilíbrio, políticas monetárias mais duras do que outro BC com função perda idêntica, mas percebido como mais avesso ao crescimento dos preços.

Adicionalmente, mostramos que o payoff de equilíbrio da autoridade monetária converge para o payoff de Ramsey quando a sua taxa de desconto intertemporal tende a 1. Ou seja, BC's suficientemente pacientes alcançam payoffs arbitrariamente próximos a Ramsey.

Por fim, verificamos que a reputação inicial do BC também é importante para o debate regras versus discricção. Se a probabilidade de um indivíduo com má reputação assumir o BC for elevada, a imposição de regras na condução da política monetária torna-se mais desejável vis a vis a concessão de autonomia ao banqueiro central.