# 2. Métodos de otimização

No presente capítulo serão apresentados alguns conceitos gerais sobre otimização e a maneira formal de se representar um problema de otimização. Uma classificação formal, assim como uma breve descrição, para os métodos de otimização é realizada. Considerações para a seleção do método dos AG como a base para a resolução do problema de circuitos ótimos para o refrigerante, em TCTA's, são mencionadas. Motivo pelo qual o método dos AG é abordado em maior detalhe.

#### 2.1. Introdução

A otimização pode ser definida como um conjunto de procedimentos por meio dos quais se busca minimizar ou maximizar uma determinada função, denominada função objetivo, sujeita ou não a uma série de restrições, obtendo assim um melhor aproveitamento dos recursos disponíveis (Olivieri, 2004).

Problemas de engenharia em que se busca a otimização de certos parâmetros geralmente podem ser representados matematicamente por um sistema de equações ou desigualdades, composta por uma função objetivo, e uma série de restrições entre suas variáveis.

Esforços para o desenvolvimento de métodos numéricos que resolvam estes sistemas de equações ou desigualdades têm sido explorados desde há muito tempo e cresceram juntamente com o aumento de capacidade de cálculo dos computadores (Goldberg, 1989).

Para uma compreensão adequada do tema de métodos de otimização, a seguir será apresentado um breve glossário de termos, usualmente encontrados na área de otimização, e a maneira como se representa, matematicamente, um problema de otimização.

# 2.1.1. Conceitos gerais

Na literatura, certos termos são utilizados com relativa freqüência quando se tratam temas relacionados à otimização (Polak, 1971; Davis, 1991; Hooker, 2000), pelo que se definiram aqui alguns destes termos para uma melhor compreensão deste capítulo.

Variáveis do problema: São aquelas variáveis que podem ser alteradas durante o processo de otimização, podendo representar variáveis de projeto ou de operação (sendo estas de natureza contínua ou discreta).

Restrições: São funções de igualdade ou desigualdade que restringem ou relacionam as variáveis do problema, descrevendo matematicamente situações consideradas desejáveis ou indesejáveis.

Função Objetivo: É a função, dependente de uma ou mais variáveis do problema, que se pretende maximizar (ou minimizar).

Espaço de busca: É o conjunto que compreende as possíveis soluções sobre as variáveis do problema a ser otimizado, sendo delimitado pelas funções de restrição.

Ponto Ótimo: É o conjunto de valores para as variáveis do problema que permite maximizar (ou minimizar) a função objetivo satisfazendo todas as restrições.

Valor Ótimo: É o valor da função objetivo no ponto ótimo.

Ótimo local: Conjunto de valores para as variáveis do problema que maximiza (ou minimiza) a função objetivo em um subespaço do espaço de busca.

*Ótimo global*: Se o espaço de busca possuir vários pontos ótimos locais, o maior valor (ou menor valor, como convir) de todos eles é considerado o ótimo global.

#### 2.1.2. Representação matemática de um problema de otimização

Geralmente um problema de otimização pode ser representado, matematicamente, por um sistema de equações ou desigualdades composta: por uma série de funções objetivo  $(f_1, f_2...f_p)$  e uma série de restrições  $(g_1, g_2...g_q)$  entre suas variáveis  $(x_1, x_2...x_n)$ , conforme mostrado a seguir:

$$\begin{split} f_1 &= f_1(x_2, x_2, ... x_n) \geq c_{f_1} & g_1 = g_1(x_2, x_2, ... x_n) \geq c_{g_1} \\ f_2 &= f_2(x_2, x_2, ... x_n) \leq c_{f_2} & g_2 = g_2(x_2, x_2, ... x_n) \geq c_{g_2} \\ ... & ... \\ f_p &= f_p(x_2, x_2, ... x_n) \geq c_{f_p} & g_q = g_q(x_2, x_2, ... x_n) \geq c_{g_q} \end{split}$$

Onde:

 $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  ...  $f_p$ : Representa as funções objetivo a ser otimizada.  $c_{f_1}$ ,  $c_{f_2}$ ,  $c_{f_3}$  ...  $c_{f_p}$ : Limites desejados para as funções objetivo.  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  ...  $g_q$ : Funções de restrição para o problema.  $c_{g_1}$ ,  $c_{g_2}$ ,  $c_{g_3}$  ...  $c_{g_q}$ : Limites desejados para as restrições.  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  ...  $x_n$ : Variáveis do problema.

#### 2.2. Classificação dos Métodos de Otimização

Basicamente, os algoritmos que se utilizam para a resolução de problemas de otimização podem ser de natureza determinística ou probabilística (Polak, 1971).

#### 2.2.1. Métodos Determinísticos

Métodos determinísticos, também conhecidos como métodos clássicos, conseguem-se aproximar ao ponto ótimo por meio de uma seqüência determinística, que gera possíveis soluções, empregando um ponto de referência como ponto de partida e um vetor de direção para avançar no espaço de busca. Em geral, a obtenção do vetor direção de busca requer do uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis do problema.

Para utilizar este tipo de método, a função objetivo e as restrições precisam ser representadas por funções matemáticas e/ou relações funcionais, sendo que a função objetivo precisa ser contínua e diferenciável num espaço de busca convexo (Polak, 1971; Tavares e Correia, 1999).

Métodos determinísticos apresentam teoremas que garantem sua convergência a soluções ótimas, não sendo estas necessariamente um ótimo global. As soluções encontradas por estes métodos são dependentes do ponto de referência escolhido para a busca. Geralmente seu desempenho vê-se limitado quando se pretende trabalhar com problemas que possuem múltiplos ótimos locais.

Segundo as características do algoritmo do método a utilizar, o qual depende do tipo de representação matemática do problema, estes métodos podem ser classificados em dois grandes grupos: (1) Métodos de programação linear, e (2) Métodos de programação não-linear.

Métodos de programação linear podem ser utilizados em problemas onde a função objetivo e suas funções de restrição podem ser representadas por relações lineares das variáveis do problema. O método Simplex é o método mais conhecido dentre eles (Hadley, 1982; Tavares e Correia, 1999).

Métodos de programação não-linear são utilizados quando a função objetivo, ou pelo menos uma das funções de restrição, apresenta uma relação não-linear com as variáveis do problema. Dentre os métodos mais conhecidos, têm-se: o Método do Máximo Declive, o Método de Newton-Raphson, o Método dos Gradientes Conjugados e os Quase Newton-Raphson; e, para problemas com restrições, destacam-se: o Método das Penalidades, o Método de Programação Quadrática Seqüencial e o Método Lagrangeano Aumentado (Polak, 1971; Saramago, 2003; Holtz, 2005).

#### 2.2.2. Métodos Probabilísticos

Estes métodos são baseados em algoritmos de origem probabilística, os quais procuram imitar fenômenos ou processos encontrados na natureza. Neste grupo destacam-se, por exemplo, as técnicas de inteligência computacional e suas subáreas.

Métodos probabilísticos usualmente utilizam as avaliações da função objetivo, dispensando o uso de derivadas de funções. Porém introduzem uma série de parâmetros estocásticos (probabilísticos) que direcionam o processo de otimização.

Métodos probabilísticos, em geral, levam vantagem quando comparados aos métodos determinísticos, nos seguintes aspectos (Saramago, 2003):

- Não precisam de uma representação matemática para a função objetivo e suas restrições, nem que estas sejam contínuas e/ou diferenciáveis.
- Podem trabalhar com variáveis discretas, contínuas, lógicas ou uma combinação destes tipos de variáveis.
- São adequados para tratar problemas que possuam múltiplos ótimos locais.

Entretanto, de um modo geral (de acordo com o problema a se otimizar e com o custo computacional empregado na avaliação da função objetivo), na maioria das vezes, a maior desvantagem para estes métodos é o tempo de processamento computacional necessário.

Dentre os algoritmos mais utilizados nesta categoria na atualidade podem-se citar: o método de recozimento simulado (Saramago, 2003), a otimização pelo uso de colônias de formigas (Dorigo, 1992; Dorigo e Stützle, 2004), a computação evolucionária (Pacheco, 2006), entre outros.

O recozimento simulado (*simulated annealing*) é uma técnica de otimização baseada no processo térmico de recozido dos metáis. O método de recozimento dos metais tenta garantir níveis de baixa energia interna e formatos de estrutura altamente sólidas. No início, o recozimento simulado procura garantir um alto nível de movimentação por todo o espaço de busca de forma a permitir uma solução global. Logo, o processo de resfriamento permitirá apenas pequenos movimentos no espaço de soluções, e o processo convergirá para uma solução final. Uma vez que o sistema "resfrie", a solução terá sido movida para uma área de menor "energia" ou ótima (Saramago, 2003).

O algoritmo de otimização da colônia de formigas (ant colony optimization algorithm) é um método probabilístico inspirado no comportamento das formigas no processo de busca de alimento. Utilizado em problemas que procurem por caminhos ótimos. No mundo real, formigas andam sem rumo até encontrar alimento, uma vez encontrado alimento elas retornam à colônia deixando um rastro (feromônio). Quando outras formigas encontram um desses rastros, elas tendem a não seguir caminhos aleatórios, passando a reforçar o rastro do trecho

encontrado, tornando-o atrativo para a solução. Na medida em que o tempo passa este rastro tende a desaparecer o que evita a convergência para uma solução local ótima. Este algoritmo explora uma série de caminhos que representem o problema a ser resolvido. Geralmente empregado em problemas de roteamento de redes de computadores e de transporte urbano (Dorigo, 1992).

A computação evolucionária compreende uma série de algoritmos probabilísticos inspirados na genética e no princípio da evolução das espécies de Darwin (baseados no princípio da sobrevivência dos mais aptos e na reprodução). Estes algoritmos mostram-se adequados para tratar problemas com grandes espaços de busca, pois utilizam mecanismos de busca paralela e adaptativa (Pacheco, 2006). Uma população de indivíduos (soluções), representada por cromossomos (palavras binárias, vetores ou matrizes) as quais são associadas a uma aptidão (avaliação da solução do problema), é submetida a um processo de evolução (seleção, reprodução, cruzamento e mutação) por vários ciclos até atingir uma condição ótima para as soluções (Pacheco, 2006).

# 2.3. Computação Evolucionária

A computação evolucionária compreende uma série de algoritmos inspirados na genética e no princípio da evolução das espécies de Darwin. Fornece mecanismos de busca paralela e adaptativa e se baseia no princípio da sobrevivência dos mais aptos e na reprodução (Pacheco, 2006).

A computação evolucionária dispensa o uso de informações específicas para o problema, como derivadas, que muitas vezes não estão disponíveis ou são difíceis de obter. Algoritmos de computação evolucionária (algoritmos genéticos, programação genética, estratégias evolutivas e programação evolutiva) podem ser aplicados em problemas complexos, com grandes espaços de busca, de difícil modelagem, ou para os quais não há um algoritmo eficiente disponível (Pacheco, 2006). Na fig.1 são mencionados os principais algoritmos da computação evolucionária.

Diversos tipos de problemas podem ser resolvidos pela computação evolucionária. Problemas de otimização (numérica ou combinatória), de síntese de um objeto (programa de computador, circuito eletrônico), procura por modelos

que reproduzam o comportamento de determinado fenômeno (*machine learning*), entre outros.

A idéia por trás de cada uma dessas técnicas é a mesma. Tipicamente, os candidatos são representados por números binários nos AG, por vetores de números reais nas estratégias evolutivas, por máquinas de estado finito na programação evolutiva e por árvores na programação genética.



Figura 1. Principais algoritmos da Computação Evolucionária (Adaptado de Holtz, 2005).

#### 2.3.1. Programação evolutiva

A programação evolutiva foi inicialmente voltada para a evolução de máquinas de estado finito, sendo posteriormente estendida para problemas de otimização de parâmetros. A programação evolutiva trabalha com populações de indivíduos que sofrem diferentes níveis de mutação ao longo do processo, normalmente reduzindo-se à medida que a solução se aproxima do ponto ótimo (Carbono, 2005).

#### 2.3.2. Estratégias evolutivas

As estratégias evolutivas foram concebidas para tratarem de problemas técnicos de otimização como alternativa aos métodos convencionais. Operam com cromossomos na forma de vetores de números reais, onde cada indivíduo gera uma nova solução por geração. Caso este descendente "seja melhor" que seu progenitor, ele toma seu lugar. Atualmente, às estratégias evolutivas têm sido introduzidos métodos de recombinação no seu processo evolutivo (De Castro, 2001).

# 2.3.3. Programação genética

A programação genética opera sobre representações de trechos de programas na forma de árvores, de modo que possam ser combinados para gerarem novos trechos de programas mais complexos. Usualmente é desenvolvida utilizando-se a linguagem LISP - LISt Processing (Seibel, 2005), devido à facilidade requerida para sua representação. (Carbono, 2005).

## 2.3.4. Algoritmos genéticos

Os AG, inspirados no processo de evolução natural, constituem uma ferramenta versátil e robusta que pode ser utilizada na solução de problemas de otimização, embora não devam ser considerados estritamente minimizadores de funções. Os AG não são facilmente presos a mínimos locais, como sucede com os métodos clássicos de programação matemática, pelo que seu uso pode levar à descoberta de soluções não convencionais e inovadoras, dificilmente vislumbradas por projetistas mais conservadores (de Castro, 2001).

# 2.4. Comentários sobre os métodos de otimização e o problema de otimização de sistemas de refrigeração com TCTA's através dos circuitos

Em um sistema de refrigeração, o COP é um parâmetro que indica quão eficiente é o sistema. Este parâmetro depende de uma série de variáveis (condições ambientais, características do ponto de operação, eficiência dos componentes, dimensionamento geométrico, entre outros).

No presente trabalho, um dos problemas a se tratar é a maximização do COP, considerando como variáveis do problema a geometria que define o circuito do refrigerante no evaporador e no condensador.

Uma das funções objetivo, nos estudos realizados no presente trabalho, o COP, será avaliada por meio de um programa de simulação externo, o Genesym (Yana Motta, 2001). Restrições como capacidade mínima de resfriamento, manutenção da geometria externa dos trocadores de calor, entre outras, também foram impostas ao problema.

Por conseguinte, este problema apresenta as seguintes características:

- (1) Não se tem uma representação matemática para a função objetivo, pois o Genesym é um programa de simulação.
- (2) Trata-se de um problema complexo; caso se tivesse a possibilidade de obter a função objetivo, esta guardaria uma relação complexa com as variáveis do problema.
- (3) A função objetivo e restrições são altamente não lineares (propriedades do refrigerante, relações de transferência de calor e queda de pressão, entre outros).
- (4) Alto custo computacional da função objetivo e das restrições, devido ao fato de o Genesym realizar uma simulação detalhada do sistema de refrigeração a ser otimizado.
- (5) Existência de múltiplos ótimos locais, devido ao grande número de variáveis envolvidas e à não linearidade do modelo de simulação.
- (6) Existência de variáveis discretas, pois os circuitos são definidos por uma série de conexões numeradas de tubos.
- (7) Tem-se um amplo espaço de busca. Por exemplo, para dois trocadores de calor, cada um com 30 tubos, existem mais de 7x10<sup>64</sup> possíveis circuitos (valor estimado a partir da combinação dos fatoriais possíveis).

Um método de otimização computacional faz-se necessário. Métodos determinísticos e probabilísticos podem ser aplicados a problemas com as características (3) e (6). Porém, devido às características (1) e (2), não é possível utilizar métodos de otimização determinísticos.

Os métodos de otimização probabilísticos tornam-se ideais para este tipo de problema pois, além de cubrir os items mencionados, podem contornar sem problemas a característica (5). Dentre os métodos de otimização determinísticos, devido às características (4) e (7), o método dos AG torna-se ideal, visto que apresenta o melhor desempenho em problemas complexos com amplos espaços de busca (Pacheco, 2006). Isto porque o método procura a solução ótima utilizando múltiplas possíveis soluções de maneira simultânea durante todo o processo de otimização.

Este método, dos AG, será utilizado como parte da metodologia de solução a ser empregada para a resolução deste problema, motivo pelo qual, será abordado em maior detalhe na seção seguinte.

# 2.5. Método dos Algoritmos Genéticos

O método dos AG é um método probabilístico de busca e otimização, inspirado na seleção natural e reprodução genética. Combina os mecanismos de sobrevivência do mais apto e de cruzamento aleatório de informação. É utilizado em problemas difíceis de otimizar ou com grandes espaços de busca (Pacheco, 2006).

## 2.5.1. Introdução

O método dos AG é um método de otimização inspirado no processo de evolução e seleção natural das espécies e foi introduzido na literatura por Holland (1975) na década de 70. Este método — considerado probabilistico - junto com a programação genética, e as estratégias evolutivas, formam parte da chamada computação evolucionária que, por sua vez, junto com as redes neurais e os sistemas de lógica "fuzzy", formam parte da área de inteligência artificial (Holtz, 2005). Na fig.2 pode se observar os ramos da área da inteligência artificial e onde se encaixa o método dos AG.

Com o avanço da tecnologia e a disponibilidade de computadores com maior capacidade e rapidez de processamento, o método dos AG tem evoluído em sua concepção tornando-se uma técnica muito conhecida (Goldberg, 1989; Sanchez e Marco, 1996; Yang, 1997; Rasheed, 1998; entre outros). Tem sido aplicado com sucesso na resolução de problemas complexos em númerosas áreas da ciência (Pal e Wang, 1996; Rasheed, 1998; Holtz, 2005; Martins, 2005, etc.).

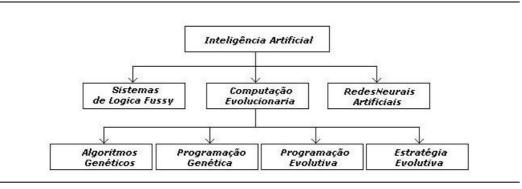


Figura 2. Ramos da Inteligência Artificial (Holtz, 2005).

#### 2.5.2. Conceitos gerais

Para uma melhor compreensão deste método, serão descritos alguns termos básicos encontrados comumente na literatura, relacionados aos AG (Machalewicz, 1996; Pacheco, 2006).

Indivíduo: Representação esquemática de uma possível solução. Cada solução é um indivíduo, também chamado de cromossomo. Está conformado por um vetor de genes que representam um conjunto de variáveis do problema.

Gene: Unidade mínima utilizada na representação das variáveis do problema. Cada variável do problema é representada por um conjunto de genes.

População: Termo utilizado para fazer referência a um conjunto de indivíduos.

*Evolução*: Utiliza-se este termo para dizer que um indivíduo, ou população, passou por certo processo de modificação, isto é chamado de evolução.

Função de Avaliação: É representada, geralmente, pela função objetivo que deseja ser otimizada. É também conhecida como aptidão.

Função Aptidão: Valor asignado a um indivíduo de maneira que possa ser ordenado dentro de uma população. Geralmente, pode ser utilizada a função objetivo normalizada.

Função de restrição: São funções que representam condições desejadas para as possíveis soluções.

Seleção: Processo pelo qual se seleciona certo número de indivíduos com o fim de criar novos indivíduos.

*Operadores Genéticos*: Utiliza-se este termo para fazer menção do processo utilizado para fazer evoluir um indivíduo.

Cruzamento ou Crossover: Método pelo qual dois ou mais indivíduos são misturados gerando novos indivíduos com genes recombinados.

*Mutação*: Processo pelo qual um gene - pertencente a um indivíduo - é trocado de maneira aleatória.

Probabilidade de Mutação e Cruzamento: Parâmetros que definem uma maior ou menor probabilidade de que certo operador genético seja utilizado ao longo do processo de evolução.

Elitismo: Entende-se por elitismo o método pelo qual se garante que o(s) melhor(es) indivíduo(s) estejam sempre presentes na seguinte evolução.

Soluções inválidas: Conjunto de indivíduos que não conseguem atender as funções de restrição impostas.

Ter-se-ia, no presente estudo referente à otimização de sistemas de refrigeração mediante alteração do circuito de refrigerante do evaporador e do condensador, a seguinte relação entre os conceitos definidos nesta seção e o estudo proposto:

Indivíduo: Par de circuitos do refrigerante para o sistema de refrigeração (evaporador – condensador). Cada circuito é representado por um vetor de números inteiros.

Gene: Número inteiro que indica como são conectados os tubos nos circuitos do refrigerante. É uma característica relativa à representação do circuito.

*População*: Conjunto de soluções ou de pares de circuitos do refrigerante para o sistema de refrigeração (evaporador – condensador).

Evolução: Utiliza-se este termo para dizer que os pares de circuitos do refrigerante (evaporador-condensador) pasaram por um processo de modificação.

Função de Avaliação: Função objetivo que deseja ser otimizada; no presente caso, o COP do sistema.

Função Aptidão: Pode ser utilizado um valor normalizado do COP.

Função de restrição: Restrições impostas ao problema como, por exemplo, o grau de superaquecimento na saída do evaporador, um número constante de tubos utilizados na conformação dos circuitos, entre outros.

Seleção: Processo pelo qual se seleciona certo número de pares de circuitos com o fim de criar novos pares de circuitos a partir destes.

Operadores Genéticos: Utiliza-se este termo para fazer menção ao processo utilizado para fazer evoluir um par de circuitos (evaporador-condensador).

*Cruzamento:* Método pelo qual dois ou mais pares de circuitos são misturados gerando novos pares de circuitos com informação recombinada.

*Mutação*: Processo pelo qual um índice da representação dos circuitos é trocado de maneira aleatória.

Probabilidade de Mutação e Cruzamento: Parâmetros que definem uma maior ou menor probabilidade de que certo operador genético seja utilizado ao longo do processo de evolução.

*Elitismo*: Entende-se por elitismo o método pelo qual se garante que os melhores pares de circuitos estejam sempre presentes na seguinte evolução.

Soluções inválidas: Conjunto de pares de circuitos que não conseguem atender às funções de restrição impostas.

#### 2.5.3. Princípio básico de um Algoritmo Genético

O método dos AG, diferentemente dos métodos determinísticos, não trabalha de maneira direta com as equações que regem o sistema. Este método procura pelo conjunto de indivíduos mais aptos que consigam otimizar a função objetivo, baseando-se nos conceitos de seleção e evolução natural.

Este algoritmo, num primeiro momento, define uma população aleatória de indivíduos (ou soluções), os quais passaram por um sem número de evoluções nas quais as soluções cruzaram informações entre si (por meio do uso de operadores genéticos). As soluções com melhor avaliação teriam maior possibilidade de ser escolhidas para que sejam misturadas, pelo que a informação contida nas melhores soluções formará parte das soluções da população nas seguintes gerações.

Na fig.3, observa-se o diagrama de fluxo básico para um algoritmo genético. Neste esquema considera-se uma população com quatro possíveis soluções (A, B, C e D). A cada uma destas soluções se lhe designa um valor de aptidão, determinado pela função objetivo de interesse. Um número de soluções é selecionado de maneira aleatória dando preferência às soluções com maior valor de aptidão. As soluções selecionadas cruzam informação, por meio do uso dos operadores genéticos, para assim gerar novas soluções com informação misturada. Geralmente as soluções são codificadas em formato binário para misturar sua informação. Estas novas soluções são avaliadas e são consideradas dentro da população de soluções caso estas mostrem alguma melhora com respeito às soluções da população anterior.

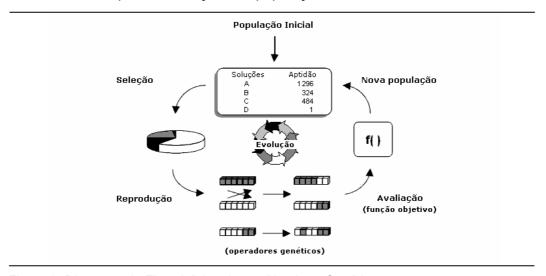


Figura 3. Diagrama de Fluxo básico de um Algoritmo Genético.

Como critério de parada do algoritmo podem-se considerar as seguintes possibilidades: um valor estimado para a função objetivo, um número de evoluções pré-definido, um número de evoluções sem melhora aparente das soluções, etc. O método de parada mais utilizado é o de considerar um número de evoluções pré-definido.

Devido ao fato de todo o processo ser aleatório, faz-se necessário geralmente utilizar o mecanismo de elitismo, mecanismo que garante que o(s) melhor(es) lindivíduo(s) estejam presentes nas evoluções seguintes.

Na fig.4, observa-se o algoritmo base para um AG (Pacheco, 2006), mostrando-se as diferentes etapas, que são repetidas para cada geração.

```
Geração = 0

Inicializar_população(P)

Avaliar_ população(P)

Do While (Critério de parada Não Atingido)

Geração = Geração + 1

Evoluir_a_população(P)

Mecanismo_Elitismo(P)

Avaliar_ população(P)
```

Figura 4. Princípio básico de um algoritmo genético (Pacheco, 2006).

Técnicas para tratar restrições podem ser adicionadas ao método, conforme comenta Davis (1991), como as técnicas de penalização e a técnica de correção de soluções (Davis, 1991) que também são utilizadas pelos métodos determinísticos. A teoria referente ao manejo de restrições não será abordado em maior detalhe no presente texto por não serem parte do escopo do presente trabalho.

#### 2.5.4. Operadores Genéticos

O princípio básico dos operadores genéticos consiste em transformar a população com o transcorrer das sucessivas gerações, misturando a informação das soluções, gerando assim novas potenciais soluções ótimas, que com o decorrer do processo propiciarão um resultado satisfatório no final da evolução.

Deste modo, os operadores genéticos são extremamente necessários para que a população se diversifique e mantenha as características de adaptação adquiridas pelas gerações anteriores (De Castro, 2001).

Na literatura podem ser encontrados diversos tipos de operadores genéticos, de entre os quais os mais utilizados são o operador de mutação e o operador de cruzamento (Davis, 1991).

#### 2.5.4.1. Operador de Cruzamento

Este operador tem como objetivo propagar as características dos indivíduos mais aptos, a partir da troca de informação entre as soluções (Saramago, 2003). Existem vários tipos de cruzamento, como o cruzamento de ponto único, de dois pontos e uniforme, entre outros (Pacheco, 2006).

Na fig.5 têm-se representadas duas soluções ( $C_1$  e  $C_2$ ) por uma cadeia de representação binária (codificação em "0" e "1") que compõem a informação da solução. Um ponto "k" é escolhido de maneira aleatória como ponto de cruzamento, desta forma cada cadeia é recortada no ponto k. Informações parciais das soluções originais são copiadas de maneira cruzada como parte da informação das novas soluções.

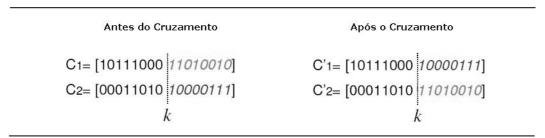


Figura 5. Exemplo de aplicação de um operador de cruzamento.

## 2.5.4.2. Operador de Mutação

A mutação é responsável pela diversidade do material genético dentro da população de soluções. Trata-se de uma modificação aleatória no valor de um dos componentes dentro da cadeia que representa um indivíduo.

Um mecanismo de mutação consiste, por exemplo, em selecionar de maneira aleatória uma posição dentro da informação de um indivíduo, mudandose assim o valor desta posição para um valor qualquer aleatório.

Na fig.6 mostra-se o que acontece com um vetor solução  $(C_1)$ , representado por uma cadeia binária de informação, após de ser aplicado o operador de mutação.

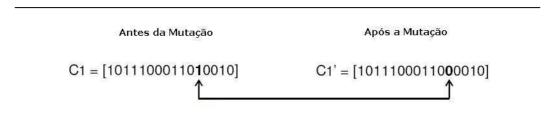


Figura 6. Exemplo de aplicação de um operador de mutação.

## 2.5.5. Parâmetros do Método dos Algoritmos Genéticos

A definição de certos parâmetros afeta de maneira direta o desempenho de um AG, pelo que estes parâmetros devem ser selecionados de maneira adequada. O desempenho de um AG é altamente dependente dos seguintes parâmetros (de Castro, 2001):

#### 2.5.5.1. Tamanho da população

Indica o número de indivíduos ou soluções presentes na população. Este número é geralmente constante durante todo o processo de otimização. Quanto maior a população maior será a diversidade de soluções, mas o número de avaliações das funções de aptidão para cada geração também será maior. Portanto, este parâmetro influirá diretamente no desempenho global e no tempo computacional empregado pelo método de otimização.

#### 2.5.5.2. Probabilidade de Cruzamento

A probabilidade de cruzamento indica a probabilidade que têm as soluções de se cruzar e gerar novas soluções em cada geração. Este valor é definido entre 0 e 1. Na medida em que este valor seja mais próximo a 1, a probabilidade de número de cruzamentos gerados será maior, porém indivíduos com boas aptidões poderão ser eliminados no processo de cruzamento.

# 2.5.5.3. Probabilidade de Mutação

A probabilidade de mutação índica qual é a probabilidade de que um segmento de informação dentro de uma solução seja trocado de maneira aleatória por outra informação. A troca aleatória de informação dentro de um indivíduo gera diversidade e novas soluções evitando que o algoritmo de otimização fique preso em ótimos locais (Shyue-Jian e Pei-Tse, 1995). A probabilidade de mutação é definida entre 0 e 1. De Jong (1975) sugere que a probabilidade de mutação sempre seja inversamente proporcional ao tamanho da população.