3
Estrutura de Controle Ótima

3.1
Diluição Ótima

Comecemos pela caracterização da política de diluição ótima no ultimo período, t=4. O ganho de um controlador com particiação acionária α ao diluir um valor D dos ativos da firma é a soma dos dividendos que serão coletados após a diluição, $\alpha(V - D)$, com os benefícios privados produzidos, bD. O problema do empreendedor é então:

$$max_D \ \ \alpha(V - D) + bD = \alpha V + (b - \alpha)D \tag{3-1}$$

$$sujeito \ a \ D \leq \bar{D}.$$

Dada a estrutura linear do problema, a diluição ótima é:

$$D = \begin{cases} 0 & \text{se } b \leq \alpha \\ \bar{D} & \text{se } b > \alpha. \end{cases} \tag{3-2}$$

Isto é, ou o bloco de controle é grande o bastante para que o controlador internalize de forma suficientemente forte a ineficiência da diluição, $b \leq \alpha$, ou então ele será levado a escolher a máxima diluição.

3.2
Decisão do Investidor Ativo

Nesta seção vamos computar as estratégias ótimas do incumbente e do rival numa disputa pelo controle. Para o primeiro, isso significa computar o lance ótimo pelas ações necessárias para recompor o bloco majoritário. Para o rival, significa decidir entrar ou não numa guerra pelo controle e em caso de entrada, que lance dar por metade das ações, uma vez na disputa.

Quando o empreendedor conserva mais de 50% dos votos da firma, $\alpha_0 > 0,5$, o rival não pode tomar o controle. O caso interessante, portanto, é quando o controlador retém um bloco que não garante o controle incondicionalmente,

$\alpha_0 < 0,5$. Nesse caso, há três possibilidades para a determinação do bloco de controle final.

Na primeira o rival vence uma disputa pelo controle e o bloco é composto de metade do capital da firma. No outro caso, o empreendedor vence a disputa pelo controle e ele mesmo acaba com metade do capital da firma. Na ultima possibilidade não há disputa com o rival, mas, ainda assim, o empreendedor poderia desejar uma reestruturação em relação à estrutura de propriedade inicial. A proposição 1 mostra que isso nunca é ótimo.

Proposição 1 *Seja $\alpha_0^{sol} < 1/2$ o bloco de controle ótimo para o empreendedor antes de sua empresa ir a público,em t=1. Esse bloco também será ótimo depois que as ações da firma são negociadas no mercado, em $t \geq 2$.*

Dessa forma o bloco α do controlador final é sempre menor que 1/2 e, portanto, pela equação 3-2, insuficiente para evitar incentivos à diluição – $\alpha < 1/2 < b$. Com isso, segue que o valor dos dividendos, $\mu_v - D^*(\alpha)$, é sempre igual a $\mu_v - \bar{D}$. Com o valor dos dividendos constante, o único fator que pode afetar o preço das ações na abertura de capital é o ganho de capital esperado, que depende da probabilidade de ocorrer uma aquisição hostil e do prêmio pago nesta aquisição. Por causa dessa interação, convém separar os equilíbrios entre aqueles onde não há chance de aquisição e os outros – onde existe uma probabilidade p de um rival ter sucesso.

3.2.1
Equilíbrio sem Aquisições

Nessa primeira parte da análise a probabilidade de aquisição, p, é nula e, com isso, os próprios ganhos de capital esperados. Então, nesse equilíbrio, o preço das ações na abertura de capital é dado simplesmente pelo valor esperado dos dividendos.

Para que não haja aquisições, é necessário que o empreendedor tenha recursos suficientes para vencer a disputa pelo controle. Definimos o prêmio sobre o valor de mercado das ações que o empreendedor é capaz de pagar como

$$\pi_I^{liq}(1-\alpha_0) = \frac{0,5(\mu_v - \bar{D})}{(0,5-\alpha_0)}. \tag{3-3}$$

Ele é simplesmente o valor das ações vendidas na abertura de capital, $(1-\alpha_0)(\mu_v - \bar{D})$ menos do valor das ações que tem de ser compradas na briga pelo controle, $(0,5-\alpha_0)(\mu_v - \bar{D})$, dividido pelo número de ações em disputa, $(0,5-\alpha_0)$. Esse prêmio é decrescente na venda de ações $\frac{\partial \pi_I^{liq}(1-\alpha_0)}{\partial(1-\alpha_0)} < 0$

porque cada ação vendida além das 50% iniciais precisa ser recomprada *com um prêmio* numa eventual disputa pelo controle.[1]

Tendo definido a capacidade de defesa, vamos agora à definição de quanto é suficiente para rechaçar um rival. Isso depende do máximo que o rival está disposto a pagar pelas ações da firma ou, o que é equivalente, do prêmio que ele está disposto a pagar pelo conjunto de ações que garante o controle, que definimos como $\bar{\pi_R}$. Por fim, para que o empreendedor seja capaz de vencer o rival é suficiente que suas vendas inicias garantam um prêmio pelo menos tão grande quanto àquele que o rival se dispõe a pagar, isto é, α_0 satisfaça $\{1 - \alpha_0|\pi_I^{liq}(\alpha_0) \geq (\bar{\pi_R})\}$. Prosseguimos agora, caracterizando $\bar{\pi_R}$ e $\{1 - \alpha_0|\pi_I^{liq}(\alpha_0) \geq (\bar{\pi_R})\}$ em função dos parâmetros pimitivos do modelo.

Començando pelo prêmio máximo, $\bar{\pi_R}$, que o investidor ativo está disposto a pagar pelo controle. Se tiver sucesso na aquisição, sob as condições da hipótese, ele ganha

$$EU\left[b\bar{D} - \frac{1}{2}[\pi_R + (\mu_v - \bar{D})] - C + \frac{1}{2}(V - \bar{D})\right]. \tag{3-4}$$

O primeiro termo é o ganho com a diluição, o segundo é o preço pago pelas ações (que escrevemos como o prêmio π_R mais o valor fundamental dos dividendos $\mu_v - D$), o terceiro é o custo de transação C da aquisição e o quarto os dividendos recebidos supondo que, ao final, o bloco de controle será $0,5$. Usando o fato de a utilidade ser CARA e de os pagamentos serem uma função afim da variável normal V, podemos escrever a utilidade esperada do adquirente como: [2]

$$b\bar{D} - r\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_v^2 - \frac{1}{2}\pi_R - C. \tag{3-5}$$

Na expressão 3-5, o primeiro termo é a renda do controle, o segundo o custo de deter uma carteira concentrada, o terceiro o prêmio além do valor esperado dos dividendos das ações e o ultimo é o custo de fazer a aquisição. Para obter o prêmio máximo que o investidor ativo está disposto a pagar basta igualarmos a expressão 3-5 a zero

[1]Por exemplo, se os benefícios privados forem 50% do valor da firma, ele vai ter 25% do valor desta para pagar de prêmio. Se seu bloco for 10%, o prêmio máximo é 62,5%, já se for 20%, o prêmio máximo é 83,3% e, se for 37% o prêmio será de 200%. Ignorando o risco, o invasor que tenha de comprar 50% das ações, que valem 25% do valor da firma, estaria disposto a pagar um prêmio de até 200%, já que os benefícios privados valem 50% do valor da firma. Assim, a restrição de liquidez obriga o empreendedor a reter um bloco considerável. Além disso, estamos considerando o caso mais favorável para o empreendedor resistir. Se ele faz uma oferta primária também, como é comum, o seu problema de liquidez se assevera, e para benefícios privados menores, a restrição fica ativa.

[2]Para obter o equivalente certeza, comece por $U(W) = -e^{-\rho W}$ e $W \sim N(EW, \sigma_W^2) \Rightarrow EU(W) = -e^{-\rho E[W] + \frac{\rho^2}{2}\sigma_W^2} \Rightarrow u_i(E[W] - \rho\sigma_W^2)$.

$$\bar{\pi_R} = 2\left(b\bar{D} - r\left(\frac{1}{2}\right)^2\sigma_v^2 - C\right). \tag{3-6}$$

Dado que π^{liq} é decrescente nas vendas, para caracterizarmos a percentagem de vendas de ações que permite que o empreendedor pague o prêmio $\bar{\pi_R}$, basta caracterizarmos a venda máxima que garante a liquidez – acima deste nível o empreendedor se torna ilíquido e abaixo não. Para saber qual é essa venda máxima que suporta $\bar{\pi_R}$, fazemos $\pi_I^{liq}(\alpha_0) = \bar{\pi_R}$ e resolvemos para α_0. Formalmente:

Proposição 2 *O tamanho mínimo de bloco α_0^* que garante a liquidez suficiente para cobrir o maior lance do investidor ativo é:*

$$\alpha_0^* = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\mu_v - \bar{D}}{\bar{\pi_R}}\right). \tag{3-7}$$

A fração vendida máxima é $1 - \alpha^* = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{\mu_v - \bar{D}}{\bar{\pi_R}}$. [3]

Tendo caracterizado as condições iniciais para que o empreendedor seja líquido o bastante para ser capaz de vencer uma eventual disputa pelo controle, o que falta agora é mostrar que ele realmente desejará fazê-lo e que o rival, antecipando tal comportamento agressivo, escolhe não entrar. As proposições 3 e 4 cumprem esse papel.

Proposição 3 *Se o empreendedor não é restrito em liquidez, ele sempre prefere oferecer um prêmio tão grande quanto aquele do rival a ceder o controle, ou seja, sempre ganha em não ceder o controle.*

Intuitivamente, o fato de o empreendedor não arcar com o custo C da aquisição e a vantagem propiciada pelas ações que o empreendedor possuí antes de a briga começar – que faz um mesmo prêmio implicar num menor escorrimento dos benefícios privados para os minoritários quando comparado ao do investidor ativo – fazem com que vencer a disputa pelo controle seja sempre melhor.

Proposição 4 *Se $1-\alpha_0 \leq 1-\alpha_0^*$, então $min(\bar{\pi_R}, \pi_I^{liq}) = \bar{\pi_R}$ e um equilíbrio de Nash Perfeito Subjogos do jogo é o incumbente escolher o lance $\bar{\pi_R} + (\mu_v - \bar{D})$ e o investidor ativo escolher $\{Não\ Entra, lance = \bar{\pi_R} + (\mu_v - \bar{D})\}$. Nesse caso, o empreendedor preserva o controle e não é nem mesmo atacado.*

[3]Aqui cabe a mesma ressalva feita na nota anterior. Se permitirmos que a abertura de capital envolva também a emissão primária de ações, a liquidez capturada pelo empreendedor é menor e α_0^* é maior para benefícios privados potencialmente menores ($\bar{D}/\mu_v$ menores).

A proposição 4 nos ensina que se o empreendedor é líquido o bastante, $1-\alpha_0 \leq 1-\alpha_0^*$, ele estará comprometido a disputar ferozmente o controle com o rival, fatalmente ganhando. O investidor ativo antecipa esse comportamento e não começa a guerra.

3.2.2
Equilíbrio com Possibilidade de Aquisição

Agora vamos ao cômputo do equilíbrio onde o empreendedor é, de fato, vulnerável a aquisições oportunistas. Seja p a probabilidade de uma aquisição hostil e π o prêmio pago pelo comprador, o ganho de capital esperado é dado por $p\pi$ e, com isso, o preço das ações na abertura de capital é dado por $\mu_v - \bar{D} + p\pi$.

O fato de as ações refletirem os ganhos de capital esperados faz com que não exista um equilíbrio com $p = 1$. Isso ocorre porque se os minoritários antecipam uma aquisição com certeza, seu valor de reserva pelas ações incluí o futuro prêmio sobre a aquisição, π, o que afrouxa a restrição de recursos do empreendedor, pois aumenta seus recursos em $0,5\pi$, lhe permitindo pagar um prêmio tão alto quanto o do futuro rival, π , a despeito do tamanho do seu bloco de controle remanescente. Líquido, o empreendedor acaba espantando os rivais e a aquisição é rechaçada, contradizendo as expectativas dos minoritários, o que é inconsistente com o equilíbrio, o que nos leva a enunciar a seguinte proposição:

Proposição 5 *Não existe equilíbrio com estratégias puras se probabilidade de aquisição diferente de zero.*

Descartada a existência de um equilíbrio com estratégias puras, vamos em busca de um em estratégias mistas. Nesse equilíbrio, o investidor ativo escolhe entrar com probabilidade p.[4] Para isso, ele deve estar indiferente entre tomar o controle pagando um determinado prêmio e não disputar a administração da firma. Como já mostramos anteriormente, o prêmio que deixa o investidor ativo indiferente é $\bar{\pi_R}$ e, portanto, é este que vigorará no equilíbrio. Dado o prêmio e um determinado α_0, p deve, então, ser escolhido para tornar o equilíbrio consistente. Isto é, p deve ser escolhido de modo que prêmio que o empreendedor pode pagar deixe o rival indiferente entre tomar o controle e não entrar, isto é, deve satisfazer $\pi^{liq} = \bar{\pi_R}$.[5] O equilíbrio sem aquisição é na verdade um caso especial deste equilíbrio, com $p = 0$ e $\alpha_0 = \alpha_0^*$, e a condição

[4]Usamos a mesma notação p para a probabilidade de aquisição e a probabilidade de entrada do rival porque no modelo estas são iguais.

[5]Se $\pi^{liq} < \bar{\pi_R}$, o rival tem ganho estritamente positivo em tomar o controle e, se $\pi^{liq} > \bar{\pi_R}$, o empreendedor pode aumentar ligeiramente seu lance e garantir o controle

para a existência de aquisições em equilíbrio é $\alpha_0 < \alpha_0^*$. Ainda pode-se mostrar que, intuitivamente, quanto maior α_0, menor a probabilidade de aquisição p. A seguinte proposição resume esse resultado.

Proposição 6 *Se $1 - \alpha_0 \geq 1 - \alpha_0^*$, então um equilíbrio de Nash Perfeito Subjogos em estratégias mistas do jogo é o incumbente escolher o lance $\bar{\pi_R} + (\mu_v - \bar{D})$ e o investidor ativo escolher $\{Entra\ com\ probabilidade\ p(\alpha_0), lance = \bar{\pi_R} + (\mu_v - \bar{D})\}$. Nesse caso, o empreendedor perde o controle com probabilide $p(\alpha_0) > 0$. Onde $p = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}(\mu_v - \bar{D})}{\bar{\pi_R}(\frac{1}{2} - \tilde{\alpha})}\right) \frac{1-2\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}} = \frac{2(\alpha_0^* - \alpha)}{1-\alpha}$.*

As proposições 4 e 6 definem a probabilidade de sofrer uma aquisição $p(\alpha_0)$ em função de α_0. Com isso, o empreendedor, em t=1, ao escolher α_0, decide também a probabilidade $p(\alpha_0)$ de perder o controle.

3.3
Escolha da Venda Ótima de Ações

Por fim, em t=1, o empreendedor escolhe quantas ações vai vender levando em conta a sua influência sobre a probabilidade de sofrer uma aquisição, o tamanho das rendas do controle e o preço das ações - via os incentivos à diluição em t=4 e os ganhos de capital esperados.

Se escolher um bloco menor que α_0^*, o empreendedor corre o risco de sofrer uma aquisição hostil com probabilidade $p(\alpha_0^*)$. Essa escolha tem efeitos contraditórios sobre o bem estar social e, portanto, sobre os ganhos do empreendedor que é o clamante residual no modelo já que as utilidades dos investidores são sempre nulas.

Por um lado, essa escolha implica numa redução da eficiência da economia no estado da natureza onde a aquisição realmente ocorre, já que nesse caso há tanto o incorrimento no custo de transação C quanto uma piora na distribuição de risco final, uma vez que o tamanho do bloco resultante de uma aquisição é maior. Por outro lado, um maior p implica na necessidade de um bloco de controle menor ex-ante, melhorando a distribuição de risco nos estados onde não há troca de controle.

A existência de efeitos positivos e negativos insinua que uma estrutura com controle contestável pode eventualmente ser ótima. Isso não é verdade se o custo de aquisição C for suficientemente alto. Formalmente a hipótese abaixo basta para descartar soluções com $p \neq 0$. Restringiremos a nossa análise ao caso onde ela vigora.

Hipótese 3.3.1

$$C > r\sigma_v^2 \left((\alpha_0^* + \tilde{\alpha_0}) \frac{(1 - \alpha_0^*)}{2} - \left(\frac{1}{4} - \tilde{\alpha_0}^2 \right) \right),$$

Onde $\tilde{\alpha}_0$ é o que maximiza a utilidade do empreendedor sujeito a $p \neq 0$.[6]

Proposição 7 *Se o custo de fazer uma aquisição C satisfaz a hipótese 3.3.1, a estrutura de propriedade que nunca implica em perda do controle domina aquelas que implicam em alguma probabilidade de perda de controle.*

Esse resultado nos permite focar a atenção nas soluções que garantam o controle ao empreendedor. O problema do empreendedor sujeito a manter o controle é:

$$\max_{\alpha_0} \mu_v - (1-b)D(\alpha_0) - r\alpha_0^2\sigma_v^2 \qquad \text{(3-8)}$$
$$\textit{sujeito a } \alpha_0 \geq \alpha^*$$

Onde já fizemos uso da propriedade da utilidade exponencial com pagamentos normais. $\mu_v - D(\alpha_0)$ é a soma do valor esperado das ações vendidas e dos dividendos que o bloco minoritário gera para o empreendedor, $bD(\alpha_0)$ são os benefícios privados do controle, e $-r\alpha_0^2\sigma_v^2$ é a perda de bem estar associada ao risco do bloco.

Esse problema pode ter dois tipos de soluções. Se a proteção for alta ou os ganhos de diversificação baixos, a escolha de um bloco majoritário que elimina o conflito entre acionistas domina, $((\alpha_0 = b) \succ \alpha \ \forall \alpha \neq \alpha_0)$. Essa solução resolve trivialmente o risco de aquisição ao garantir que nenhuma troca de controle siga sem o aval do empreendedor.[7]

Por outro lado, se a proteção for fraca ou os ganhos de diversificação grandes, o custo de segurar um bloco majoritário é proibitivo e a solução envolve ou a dispersão completa do capital ou a formação de um bloco minoritário. A dispersão total só ocorre quando os benefícios privados são baixos o bastante para que as aquisições hostis sejam imateriais. Contudo, se essas aquisições são importantes, há a formação de um bloco minoritário.

Nesse ultimo caso, o tamanho do bloco vai ser determinado pela gravidade da ameaça dos investidores rivais, ou seja, o bloco minoritário ótimo é justamente aquele cuja venda de ações garante a liquidez para o empreendedor resistir a uma aquisição hostil $\alpha_0 = \alpha_0^* = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\mu_v - \bar{D}}{\bar{\pi}_R}\right)$. Isso é verdade porque uma venda venda menor piora a carteria do empreendedor e uma venda maior - que diversificaria mais o risco implica numa menor capacidade de defesa do

[6] É possível mostrar que para um conjunto grande de parâmetros o lado direito da inequação da hipótese é negativo - i.e $\alpha_0^* < 15\%$, o que evidencia a fraqueza da hipótese.

[7] No nosso modelo, se aliviássemos a restrição $b > \frac{1}{2}$ - por exemplo, estipulando um b diferente e maior para o invasor - ainda assim a solução $\alpha_0 = b$ implicaria na invulnerabilidade à aquisições hostis, não por uma questão de maioria dos votos, mas sim porque o maior preço de venda das ações garantiria a liquidez para resistir à tentativas de aquisição.

controle que provamos ser desinteressante na proposição 7. A proposição 8 sumariza os resultados da seção.

Proposição 8 *Se* $\bar{D} \leq max \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}$*, o tamanho do bloco ótimo do empreendedor é*

$$\alpha_0 = \begin{cases} b & se\ (1-b)\bar{D} > rb^2\sigma_v^2 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Por outro lado, se $\bar{D} > max \left\{ \frac{\mu_v + \frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{1+b}, \frac{\frac{r\sigma_v^2}{4} + C}{b} \right\}$*, então o bloco ótimo do empreendedor é*

$$\alpha_0 = \begin{cases} b & se\ (1-b)\bar{D} > r(b^2 - (\alpha_0^*)^2)\sigma_v^2 \\ \alpha_0^* & caso\ contrário \end{cases}$$

Onde $\alpha_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\mu_v - \bar{D}}{\bar{\pi}_R}\right)$.