4
Estimação Estrutural

4.1.
Dificuldades Práticas da Estimação e da Interpretação dos Resultados em Forma Reduzida

A seção 1 documentou a existência de uma rigidez maior das taxas de juros em estados da natureza onde há uma queda nos custos de captação medidos pela taxa Selic.

Caso o resultado apontasse para uma rigidez para cima das taxas de juros, haveria evidência indireta favorável ao modelo comportamental de competição em preços e seleção adversa *a la* Stiglitz e Weiss. As estimativas apontaram, contudo, para uma forte rigidez para baixo das taxas de juros. Essa evidência não é suficiente para rejeitarmos a hipótese comportamental acima a favor do modelo com seleção adversa *a la* Ausubel. Isso ocorre pois existem teorias alternativas que também geram o mesmo fenômeno empírico de rigidez para baixo no repasse de um custo marginal para um preço. Artigos como Borenstein *et.al* (1995) argumentam que esse efeito também é racionalizável a partir uma conduta pouco competitiva.

É possível, a princípio, contornar essa limitação sem nos afastarmos do arcabouço em forma reduzida. Poderíamos seguir a estratégia empírica adotada em Mello e Novaes (2003), por exemplo. Os autores estimam diretamente o efeito causal de mudanças nas taxas de juros sobre os níveis observados de *default* para a modalidade de cheque especial no Brasil, levando em conta a simultaneidade entre as variáveis[38]. Se o coeficiente estimado for positivo (negativo), isto é, aumentos nas taxas de juros implicam aumentos (diminuições) nas taxas futuras observadas de *default*, haveria evidência a favor da predominância do efeito de seleção de Stiglitz e Weiss (Ausubel). Ocorre que existem problemas de se aplicar

[38] A existência de simultaneidade entre as taxas de default e de juros decorre diretamente da existência de problemas de seleção adversa no mercado de crédito. Ao determinar as taxas de juros hoje, os bancos internalizam o efeito sobre o perfil de risco do tomador potencial de crédito e sobre a inadimplência futura.

essa abordagem direta para outras modalidades de crédito pessoa física. Infelizmente, eles surgem apenas devido às limitações dos dados utilizados no presente artigo.

Como a variável disponível de *default* no presente artigo é de estoque, precisa-se levar em conta quando o crédito concedido em período *(t)* a taxa de juros r_{ijt} "entra" potencialmente no estoque de *default*. A princípio esse fato não seria problemático se a variância do prazo do estoque de crédito de um banco *i* na modalidade *j* em questão fosse pequena, como é o caso do cheque especial, analisado por Mello e Novaes (2003) [39]. Contudo, para outras modalidades, como crédito automotivo e crédito direto ao consumidor, a variância do prazo do estoque de crédito é muito alta.

Contudo, mesmo que pudéssemos testar diretamente a causalidade juros *default* de forma satisfatória para as modalidades cuja variância do prazo fosse alta, ainda assim não seríamos capazes de confrontar diretamente as hipóteses comportamentais apresentadas anteriormente. A estimação em forma reduzida não nos permite distinguir entre duas hipóteses comportamentais que geram o mesmo resultado empírico de maior *pass-through* Selic juros em momentos nos quais há uma alta na taxa básica. E é exatamente nesse ponto que pensamos ser possível contribuir com respostas adicionais àquelas obtidas anteriormente na literatura a partir do arcabouço de um modelo estrutural.

A estimação em forma estrutural permite potencialmente inferir como uma mudança no ambiente econômico pode afetar os resultados de equilíbrio, comparando o poder "preditivo" de duas teorias concorrentes, isto é, a capacidade do modelo de se ajustar aos dados observados[40]. A partir da estimação de uma

---

[39] Como a modalidade de cheque especial apresenta prazo mais ou menos constante entre vinte e trinta dias, é alta a probabilidade de que empréstimos originados em t e que entrem em default seja incluídos no estoque inadimplente em t+2, já que a definição de estoque inadimplente é a de empréstimos com atraso superior a 30 dias e inferior a 90 dias. Os autores se utilizam desse fato para argumentar que as taxas de juros em t e t-1 são instrumentos válidos para a taxa de juros em t-2. O ponto central, que garante a correta especificação do modelo é a alta probabilidade de que seja efetivamente a taxa em (t-2) que impacta, via efeito seleção, estoque de default em (t).

[40] Reiss e Wolak (2003) resumem de forma clara as razões mais gerais para se estimar um modelo estrutural. Uma razão muito importante é inferir como seria funcionamento de um mercado específico caso mudássemos apenas algum elemento da estática comparativa. Sem os parâmetros dito estruturais, elasticidades de demanda, custos estimado, não seriamos capazes de extrapolar a análise. Segundo os autores: "We could use flexible density estimation technique to estimate the joint density of g(qi,ci) in monopoly markets. However, because the flexible methods do not provide estimates of the underlying economic parameters, they do not allow us to calculate how the density would change in markets for which we do not have the data, such as duopoly"

equação de oferta para cada hipótese comportamental, podemos testar qual dos dois modelos se ajusta melhor aos dados observados de taxas de juros e quantidades ofertadas de crédito.

O primeiro modelo supõe que os bancos competem em preço, com cada banco maximizando seu lucro tomando como dadas os preços e quantidades dos demais concorrentes. A seleção adversa é modelada a partir do efeito que mudanças nas taxas de juros geram sobre o custo do banco. A função custo englobará um termo que corresponde aos custos operacionais de ofertar crédito e um termo adicional. Incluído de forma *ad hoc*, ele busca captar o custo com créditos inadimplentes, sendo função da taxa de juros. Isso leva o banco a internalizar esse efeito de primeira ordem sobre o custo ao maximizar seu lucro.

No segundo modelo, a hipótese é que os bancos agem de forma a maximizar o lucro conjunto de curto prazo, num mundo onde não existem problemas de seleção. A maximização conjunta os leva a considerar o efeito de mudanças de taxas de juros sobre a quantidade total do mercado, internalizando as elasticidades cruzadas.

A estimação estrutural, contudo, não está livre de suas limitações. De modo a recuperar os parâmetros populacionais, precisaremos impor estrutura no modelo. E a estimação será sempre condicional a essa estrutura hipotética, não testável diretamente. No nosso modelo, as hipóteses sobre a maneira pela qual escolhemos modelar o efeito seleção, ou ainda a forma funcional utilizada, *ad hoc*. Dessa forma, quaisquer conclusões sobre a abertura do mercado estão fortemente condicionadas a essa estrutura[41]. Ademais, não podemos concluir nada acerca do modelo comportamental “verdadeiro”. No caso avaliamos o poder preditivo de uma hipótese versus a outra. É altamente factível que o modelo correto seja um terceiro, não especificado. Deve-se ter sempre em mente essa forte limitação.

[41] Reis e Wolak (2003) reforçam essa questão: “It is important to emphasize these comparisons do not provide unambiguous tests of the underlying economic theories (…) these comparisons are always predicated on untestable assumptions that are not part of the theory. Thus the only sense in which one can “test” two theories is to ask whether one of these ways of combining the same economic and stochastic primitives provides a markedly better description of observed or out-of-sample data. And because we cannot test economic models independent of functional form assumptions, it is important to recognize that structural parameter estimates can be very sensitive to these assumptions.”

4.2. O Modelo

Essa seção se divide em duas partes. Primeiro apresentamos de forma bem sucinta as hipóteses utilizadas para modelar a demanda, dentro do universo de modelos de escolha discreta.

A segunda parte apresenta as equações de oferta tanto sob a hipótese de que os bancos competem a la Bertrand Nash no mercado de crédito, quanto sob a hipótese de que maximizam lucro de forma conjunta.

4.2.1. O Lado da Demanda

Essa seção apresenta de forma breve o modelo de demanda utilizado no presente artigo. De forma sucinta, estimamos a demanda em um primeiro estágio apenas para recuperar o parâmetro comportamental da elasticidade da demanda, que no nosso modelo irá entrar diretamente na equação de oferta dos bancos. A estimação em dois estágios simplifica muito a nossa tarefa. Podemos impor que no segundo estágio, quando estaremos interessados na estimação dos parâmetros de oferta, os parâmetros do primeiro estágio são "conhecidos". Nosso interesse na demanda é, dessa forma, apenas marginal. Sempre que possível recorremos às hipóteses mais simplificadoras, como ficará claro a seguir.

A estrutura decisória implícita no modelo é a seguinte: o consumidor decide, em um primeiro momento, o quanto irá tomar de empréstimo. Apenas e num segundo momento ele escolhe o mix de produtos que precisará compor para atingir essa necessidade desejada de financiamento. Não modelamos de forma explícita como ele escolhe o banco no qual irá demandar empréstimo[42].

O modelo aqui apresentado se baseia nos artigos de Dick (2002) e Alencar, Kanczuk e Nakane (2003), que adapta o primeiro artigo à realidade brasileira, ampliando a análise para outros serviços bancários, como empréstimos. Dick (2002) adapta o *framework* de modelos de escolha discreta para uma indústria de

[42] No *framework* do modelo logit-multinomial utilizado para estimar a elasticidade de demanda, o consumidor escolhe o produto *j* baseado em características daquele produto e em função de um choque estocástico em sua utilidade que o faz "gostar" mais daquele produto por questões que estão fora do modelo (Reis e Wolak, 2003; Nevo, 2000).

serviços, tal como é a bancária. Segundo a autora, esse arcabouço permite explorar a dimensão empírica da diferenciação de produtos e contorna o problema da dimensionalidade[43].

A utilidade de consumir um determinado serviço bancário é definida não na dimensão da cesta de bens disponíveis, mas sim de características dos indivíduos e dos produtos. Supondo que a utilidade assume o formato linear[44], podemos escrever a utilidade que o consumidor *i* deriva da escolha do bem *j* como:

$$u_{ij} = R - \alpha_j r_j + X_j \beta + \xi_j + \omega_{ij} \qquad \textbf{(3)}$$

R é o retorno derivado do empréstimo. O termo r_j é a taxa de juros e α_j representa a desutilidade da taxa de juros para o produto *j*[45]. As firmas e os consumidores observam todas as características dos produtos. O econometrista não. Dessa forma, chamamos X o vetor de características observadas dos produtos e ξ_j as não observadas do produto. Os parâmetros a serem estimados são (α, β). Por sua vez, ω_{ij} capta toda a heterogeneidade dos indivíduos (é o único termo em **(3)** que varia na dimensão *i*). Essa especificação é a mais simples, uma vez que toda a heterogeneidade entre os consumidores na dimensão do gosto pelo produto *j* é capturada pelo termo estocástico não observado ω_{ij} [46].

---

[43] A principal questão levantada pela estimação de demanda por produtos diferenciados na literatura seminal de OI era uma questão de dimensionalidade. Dick (2002) argumenta ainda que no *framework* de escolha discreta, como os consumidores são dotados por preferências pelas características dos produtos, reduz-se de forma signficativa o universo de parâmetros a serem estimados. Para a indústria bancária esse fato é ainda mais relevante, uma vez que existem poucas características vis a vis o número de bancos.

44 É importante ressaltar que essa especificação possui hipóteses implícitas. Essa utilidade indireta pode ser derivada de uma função de utilidade quase-linear, impondo não existência de efeito renda. Para mercados como o de cereais matinais ela pode fazer sentido. Para o mercado bancário, precisa-se levar em conta essa potencial limitação (Nevo, 2000)

[45] Em principio, poderíamos estimar um α_j para cada produto, mas nos defrontaríamos novamente no problema da dimensionalidade. No nosso modelo iremos impor a seguinte restrição: $\alpha_j = \alpha_M, \forall j \in M$, onde M é a modalidade de crédito.

[46] É possível impor maior estrutura na heterogeneidade, introduzindo interações entre características observadas dos indivíduos e características do produto. Nevo (2000) apresenta de forma clara as principais hipóteses e ganhos de se estimar um modelo de Logit com coeficientes aleatórios. Essa metodologia relaxa a hipótese restritiva segundo a qual o modelo de Logit tradicional modela a heterogeneidade entre os consumidores, incluindo explicitamente variáveis para mensurar heterogeneidade.

O consumidor i escolhe o produto *j* que maximiza a utilidade do consumo, isto é *i* escolhe *j* se e só se $u_{ij}(R_i, r_J, X_j, \xi_j, \omega_{ij}) \geq u_{ik}(R_i, r_K, X_k, \xi_k, \omega_{ik}) \forall k \in K$, onde K é o conjunto de Bens disponíveis. A partir da condição acima, define-se o conjunto A de todos os indivíduos que satisfazem essa condição para o produto j:

$$A_j = [U(r_j, X_j, \xi_j, \omega_{ij}, \alpha_M) \geq U(R_i, r_k, X_k, \xi_k, \omega_{ik}, \alpha_k) \forall k \in K] \qquad \textbf{(4)}$$

A demanda agregada é obtida somando os indivíduos que satisfazem essa condição de forma a se obter o total de bens *j* consumidos, isto é, o *market share* do bem *j*.

$$s_j(r_J, X_j, \xi_j, \alpha_J, \beta) = \int_{A_j} f(\omega_{ij}) d\omega \qquad \textbf{(5)}$$

A hipótese que costuma se adotar de forma a resolver **(5)** de forma explícita, sem recorrer a métodos numéricos, é supor que o choque que capta a heterogeneidade (ω_{ij}) é i.i.d e segue uma distribuição de valore extremo tipo I. Esse é o modelo tradicional Logit Multinomial[47]. A solução fechada assume:

$$s_j = \frac{\exp(X_j \beta - \alpha_j r_j + \xi_j)}{\sum_{k=0}^{K} \exp(X_k \beta - \alpha_k r_k + \xi_k)} \qquad \textbf{(6)}$$

Ao estimar **(6)** é preciso levar em conta que os bancos observam ξ_j na hora de fixar as taxas de juros. Dessa forma, o erro da regressão é correlacionado com a variável de escolha taxa de juros. Para estimar a demanda de forma consistente será preciso utilizar algum instrumento para taxa de juros.

A estimação da demanda fornece, em última instância, as elasticidades preço para a estimação das equações de oferta. De **(7)** obtém-se as elasticidades:

[47] Essa hipótese impõe implicitamente um padrão tanto para a própria elasticidade preço da demanda quanto das elasticidades cruzadas entre um bem e seus concorrentes que depende diretamente dos market-shares (Reiss e Wolak, 2003). Como as elasticidades entram diretamente nas equações de oferta dos bancos, os testes, especialmente a parte do artigo que visa comparar a hipótese comportamental de Bertrand-Nash vis a vis a hipótese de maximização conjunta dos lucros, podem estar fortemente enviesados pelo padrão de substituição imposto. Ver também Nevo (2000) para uma discussão mais atenta sobre essa questão.

$$\eta_{jk} = \frac{\partial s_j}{\partial r_k}\frac{r_k}{s_j} = \begin{cases} -\alpha_j r_j (1 - s_j), se(j = k) \\ \alpha_j r_k s_k, c.c. \end{cases} \quad \textbf{(8)}$$

Para simplificar a estimativa, introduz-se ainda a chamada opção de fora, ou um bem cuja utilidade é normalizada para zero. Assim escreve-se a demanda pelo bem *j* como uma função apenas das características do bem *j* e a participação de mercado do “bem de fora”

$$\ln(s_j) - \ln(s_0) = X_j \beta - \alpha_j r_j + \xi_j \quad \textbf{(9)}$$

O cálculo do *market-share* observado considera todo o mercado de crédito pessoa física utilizado no presente estudo (cheque especial, CDC, Autos, Bens Outros e cartão de crédito). Soma-se, dessa forma, o volume do estoque de crédito por banco por modalidade e obtém-se o estoque total (em valor) para as modalidades em questão. Para calcular o tamanho potencial do mercado de crédito para pessoa física, de modo a obter o *market share* da opção de fora, utilizamos o crescimento efetivo do crédito total (que inclui o crédito livre, direcionado, pré e pós fixado) para pessoa física do ano seguinte como uma aproximação da demanda latente (não realizada) do ano anterior.

Com as estimativas em primeiro estágio de α por modalidade de crédito, passamos ao segundo estágio, que estima a oferta de crédito por máxima verossimilhança.

4.2.2.
Oferta: Bertrand-Nash com Seleção Adversa

O modelo aqui apresentado difere de Alencar et.al.(2003) apenas no termo incluído de forma *ad hoc* para tentar capturar o efeito seleção no mercado de crédito de outras especificações utilizadas para estimar a conduta no mercado de crédito supondo que a variável estratégica é o preço.

A definição de Banco Comercial segue Dick (2002):

> “A commercial bank is a business that accepts deposits of money subject to withdrawal on demand or at the end of a specified period and employs that money

> primarily to grant credit, among other activities such as buying and selling negotiable instruments. A commercial bank is therefore a multiproduct firm.”

Seja N o banco atuando no mercado nacional. Além da dimensão multi-produto depósitos versus crédito, N pode atuar em mais de uma modalidade de crédito. O lucro, sujeito a uma restrição de balanço, assume a forma:

$$\begin{aligned}&\pi_N = \left[\sum_{j\in N} r_j L_j\right] + r_{cf} B_N - r^D D_N - C(L_{1N},...,L_{jN},D_N,Default_N)\\&S.A: B_N + \sum_{j\in N} L_{jN} + \rho D_N = D_N\end{aligned} \qquad \textbf{(10)}$$

De acordo com **(10)**, o lucro do banco N é a soma do lucro com empréstimos dos j produtos de crédito ofertados (L_j), mais o lucro com o rendimento dos títulos ($r_{cf} B_N$), menos o quanto ele paga como custo de captação pelos depósitos, $r^D D_N$, menos o custo operacional, $C(L_{1N},...,L_{jN},D_N,default_N)$ que depende do *default* da carteira de crédito.

O banco N maximiza seu lucro sujeito a uma restrição de balanço, segundo a qual o passivo, os depósitos (D), deve igualar os ativos em carteira, os títulos (B), os empréstimos (L), mais uma reserva compulsória, função dos depósitos (compulsório, ρD)[48].

Substituindo a restrição, simplifica-se a função lucro do banco N para:

$$\pi_N = \left[\sum_{j\in N}\left(r_j - r_{cf}\right)L_j\right] + \left(r_{cf}\left(1-\rho\right) - r^D\right)D_N - C(L_{1N},...,L_{jN},D_N,default_N) \qquad \textbf{(11)}$$

O efeito seleção entra na função custo do banco via o termo de *default*. Uma hipótese adicional que será feita é a de que os custos operacionais de empréstimo e de depósitos são aditivamente separáveis, isto é, o custo operacional marginal de emprestar uma unidade adicional não depende do volume de depósitos *(D)*.[49].

[48] Modelo similar ao encontrado em Vives e Xavier (2004). A diferença em relação ao modelo tradicional de microeconomia bancária reside apenas na variável de escolha, que no caso é o preço do empréstimo.

[49] Hipótese tradicionalmente utilizada para analisar separadamente a estática comparativa no mercado de crédito e de depósitos. Para maiores detalhes consultar Vives e Xavier (2004).

Com a separação dos custos, podemos tratar individualmente o problema de maximização do banco no mercado de crédito e de depósitos.

Vamos impor que o custo marginal do empréstimo é constante entre os bancos para todos os bens ofertados na mesma modalidade. Precisamos, também, impor alguma estrutura no termo de *default*. Vamos supor que o custo de *default* é o volume emprestado em carteira vezes o *default* médio da carteira, que por sua vez depende linearmente das taxas de juros e de outras variáveis não observadas. Para um produto *j* ofertado pelo banco N, o custo de ofertar *j* é dado por:

$$C_j = L_j\left(r_j\right)\gamma_m + L_j\left(r_j\right)def_j\left(r_j, Z\right) \qquad \textbf{(12)}$$

Onde $\dfrac{\partial def_j\left(r_j, Z\right)}{\partial r_j} = \delta_m; \dfrac{\partial^2 def\left(r_j, Z\right)}{\partial (r_j)^2} = 0; \dfrac{\partial^2 def\left(r_j, Z\right)}{\partial (r_j)\partial Z} = 0, \forall Z$

O custo marginal do banco *N* ofertando o produto *j* na modalidade *m* é linear e igual a γ_m. F é o custo fixo para se operar na modalidade m. O *default* médio da carteira varia em função das taxas de juros de acordo com o parâmetro δ_m, que supomos também ser igual para todos os bancos atuando na mesma modalidade. Ele depende também de outras variáveis Z. A intuição dessa forma funcional é o custo contábil de perda do empréstimo, não o custo de oportunidade[50].

Nosso coeficiente de maior interesse é δ_m[51]. O sinal desse parâmetro captura no modelo o sinal do efeito seleção. Se ele for negativo, por exemplo, aumentos nas taxas de juros estão associados em equilíbrio com reduções nos níveis médios de *default*, de acordo com o modelo de Ausubel (1991).

Para chegar a CPO ainda é preciso modelar o comportamento do banco oferta mais de um produto *j*. Potencialmente, é possível que o banco reconheça sua característica multi-produto e internalize o efeito entre produtos de variações nas taxas de juros. Dois são os extremos dessa potencial canibalização. Podemos

---

[50] Para considerar o custo de oportunidade teríamos que multiplicar o *default* pela taxa de juros. Para simplificar a estática comparativa, optamos por não incluir esse termo.

[51] Estamos impondo que tanto o custo marginal quanto a sensibilidade default-juros são constantes por modalidade de crédito. Após controlarmos para outras variáveis, estaremos estimando os coeficientes médios de Cmg e seleção por modalidade de crédito.

supor que ela é zero, o que na prática elimina o caráter multi-produto, ou podemos considerar que ela é 100%, ou seja, a derivada cruzada depende apenas dos market-shares relativos (como dependeria se estivéssemos considerando outro competidor). Hipóteses intermediárias requerem algum grau de arbitrariedade.

Para simplificar as estimativas[52] vamos supor que o banco *N* não internaliza o efeito de variações no preço de seu produto *j* sobre um outro produto *k* de seu *portfolio* de modalidades. Contudo, ao estimar a oferta, levaremos em conta possíveis correlações entre as modalidades, estimando as CPO conjuntamente para o banco multi-produto[53].

Dessa forma, considerando que o banco *N* atuando na modalidade de crédito *m* oferta um produto *j*, a função lucro e a condição de primeira ordem assumem o seguinte formato, pela equação:

$$\pi_j = \left(r_j - r_{cf}\right) L_j\left(r_j\right) - \left[L_j\left(r_j\right)\gamma_j + L_j\left(r_j\right) def_j\left(r_j, Z_j\right)\right]$$

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial r_j} = 0 \Leftrightarrow L_j + \left(r_j - r_{cf} - \gamma_m - def_j\right)\frac{\partial L_j}{\partial r_j} - L_j \delta_m = 0 \qquad \textbf{(13)}$$

Onde *m* é a modalidade a qual o produto *j* pertence. Redefinindo $L_j = s_j V$, ou seja, o volume de empréstimo é o *share* vezes o tamanho do mercado (V) e recuperando da equação **(8)** a elasticidade da demanda, reescreve-se a CPO:

$$CPO: \left(r_j - r_{cf} - \gamma_m - def_j\right) V\left(-\alpha_m s_j (1 - s_j)\right) + L_j\left(1 - \delta_m\right) = 0 \qquad \textbf{(14)}$$

A equação **(14)** é a condição de primeira ordem do produto j, isto é, do banco *N* atuando na modalidade *m*. Se o banco *N* atua em três modalidades, deve-se resolver o problema de forma simultânea, ou seja, devem valer as três CPOs ao mesmo tempo, para *j*=(1,2,3).

---

[52] A simplificação imposta visa subretudo a estimação sob a hipótese comportamental de cartel. Se existe canibalização, o banco monopolista precisa internalizar não só os efeitos cruzados dentro de uma mesma modalidade, mas também o efeito intra-modalidades.

[53] Na seção seguinte, ao apresentar o modelo e as hipóteses sobre a distribuição dos choques, ficará mais clara essa correlação.

4.2.3.
Oferta: A solução de Cartel

Na alocação de cartel, os bancos maximizam o lucro de forma conjunta, isto é, não tomando mais as taxas de juros e o volume de empréstimos dos concorrentes como dados em equilíbrio.

O banco hipotético maximiza a função objetivo abaixo:

$$\max_{r_1,\ldots,r_J} : \Pi = \sum_{j=1}^{J} \pi_j \left(L_j, L_{-j}, r_j, r_{-j}, def_j; \delta_m, \gamma_m \right)$$

A condição de primeira ordem para o banco *N* ofertando o produto *j* requer:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial r_j}(\Pi) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{\partial}{\partial r_j}\left(\pi_j\right)}_{A} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial r_j}\left(\sum_{k \neq j} \pi_k \left(L_k(r_j) \right) \right)}_{B} = 0 \qquad \textbf{(15)}$$

A equação **(15)** acima é similar a equação da CPO de maximização em Bertrand-Nash (A) mais um termo de somatório (B), que depende das derivadas das taxas de lucro dos outros bancos que ofertam os k outros produtos em relação à taxa de juros cobrada por j[54]. Porém, vamos supor que no modelo comportamental o termo (A) não possui efeito seleção, isto é, temos que para o modelo de cartel, $def_j = 0, \forall j$ e $\delta_m = 0, \forall m$.

A equação **(15)** simplifica para:

$$A = \left(r_j - r_{cf} - \gamma_m \right) V \left(-\alpha_m s_j (1 - s_j) \right) + L_j$$
$$B = \sum_{k \neq j} \left[\frac{\partial}{\partial r_J} \left(\pi_k \right) \right] = \sum_{k \neq j} \left[\left(r_k - r_{cf} - \gamma_k \right) {\partial L_k}/{\partial r_J} \right]$$

De **(8)** temos que ${\partial L_k}/{\partial r_J} = V\, {\partial s_k}/{\partial r_J} = V \alpha_m s_k s_j$, de modo que a CPO assume, simplificando e colocando Vs_j em evidência:

[54] Em um equilíbrio de Nash a firma j toma os preços das k outras firmas, logo as quantidades, como dadas.

$$\underset{cartel}{CPO} = \left(r_j - r_{cf} - \gamma_m\right)\alpha_m(1-s_j) - 1 - \sum_{k\neq j}\left[\left(r_k - r_{cf} - \gamma_{m'}\right)\alpha_{m'} s_k\right] = 0 \qquad \textbf{(16)}$$

A equação **(16)** se refere ao produto *j*. Dessa forma, temos *K* condições de primeira ordem que devem valer simultaneamente no caso de maximização conjunta.

4.3. Modelo Empírico: Hipóteses sobre a função Verossimilhança

No primeiro estágio, obtemos partir de **(9)** as estimativas em primeiro estágio de α, único parâmetro da demanda que entra na curva de oferta. Estimamos a equação individualmente por modalidade, considerando que a taxa de juros é endógena. Isso ocorre, pois o termo de erro ξ_j é potencialmente correlacionado com a taxa de juros r_j, já que o banco observa as características do bem *j* ao escolher seu preço (Alencar et.al, 2003).

Para estimar a demanda, utilizamos um estimador de mínimos quadrados em dois estágios. Como variável instrumental para as taxas de juros de empréstimo, utilizamos a taxa Selic anualizada efetiva. Como controles de demanda, utilizamos as variáveis macroeconômicas da seção de regressões em forma reduzida (produção industrial, inflação, taxa de desemprego).

Num segundo estágio, estimamos as equações de oferta por Máxima Verossimilhança, de modo a recuperar os parâmetros de custo marginal e do efeito seleção e obter as log-verossimilhanças que serão utilizadas posteriormente para comparar o desempenho relativo dos dois modelos.

A base de dados utilizada é a mesma da seção dos resultados em forma reduzida, incluindo todas as modalidades anteriormente consideradas estão incluídas (cheque especial, CDC, automotivo, outros e cartão de crédito). Existe apenas uma pequena modificação. Um banco será nessa seção um conglomerado ao invés de um CNPJ como na seção anterior.

A agregação no conglomerado visa reduzir o número de meses onde um banco *N* não oferta em uma modalidade da qual participa recorrentemente. Nas estimativas consideramos que o processo que define qual banco atua em qual modalidade em determinado mês é não estocástico. Dessa forma, a ocorrência de um banco que atua em todas as modalidades, mas, por algum motivo particular, não atuou em determinada modalidade em um determinado mês, é considerada como um evento exógeno e determinístico.

O termo estocástico de nosso modelo é um choque na CPO de um banco *N* ofertando um produto *j* na modalidade *m*. Dessa forma temos, no caso de Bertrand-Nash (o caso de Cartel é diretamente análogo), para o banco ofertando o produto j no tempo t a CPO simplificada:

$$\left(r_{jt} - r_{cf,t} - def_{jt}\right)\alpha_m s_{jt}(1 - s_{jt}) - s_{jt} = \gamma_m \alpha_m s_{jt}(1 - s_{jt}) - \delta_m s_{jt} + \varepsilon_{jt} \qquad \textbf{(17)}$$

Para que o termo do lado esquerdo seja observável, bem como o termo que multiplica γ_m (CMg), utilizamos as estimativas de demanda obtidas num primeiro estágio $\left(\alpha_1, ..., \alpha_m\right)$. Também precisamos de uma variável para o *default*. Para construir a essa variável de *default*, precisamos levar em conta dimensão temporal do efeito seleção. Isto é, variações da taxa de juros em *t* afetam nossa variável de *default* somente $\tilde{t}$ períodos à frente, e não o *default* em *t*. Dessa forma utilizaremos o *default* como na seção 3, efetivo observado em estoque. A dimensão *T* é definida, com todas as limitações envolvendo esse processo, a partir do prazo da observação. Calculamos o prazo médio da modalidade no período *t* e utilizamos o *default* efetivo avançando o prazo o número de meses correspondente ao prazo médio (arredondando para cima).

Coletando os termos dos coeficientes de interesse e chamando de $y_{jt} = \left(r_{jt} - r_t - def_{jt}\right)\alpha_m(1 - s_{jt}) - s_{jt}$ e $w_{jt} = \alpha_m s_{jt}(1 - s_{jt})$, a CPO do banco *N* ofertando o produto *j* no tempo *t* assume o formato:

$$y_{jt} = \gamma_m w_{jt} - \delta_m s_{jt} + \varepsilon_{jt} \qquad \textbf{(18)}$$

O termo de erro aditivo pode ser interpretado como um choque de oferta com média zero e variância a ser estimada. Modelamos o choque de oferta de modo a permitir uma correlação entre as modalidades nas quais o banco *N* atua no mês *t*. Dessa forma, vamos supor que ε_{jt} segue $Normal\left(E\left(y_{jt} - \gamma_m w_{jt} + \delta_m s_{jt}\right), \underset{mxm}{\Sigma}\right)$, sendo Σ a matriz de variância covariância de uma distribuição normal multivariada de dimensão igual a *m* (número de modalidades onde o *N* atuou em determinado mês).

Para um banco *N* que atue em duas modalidades no tempo *t* (por exemplo, cheque especial e cartão de crédito), ou seja, que oferta dois produtos no tempo t, a distribuição condicional de $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})$ assume em formato matricial, a partir da CPO:

$$Y_t + \Delta S_t - \Gamma W_t + \Omega controles = e_t \tag{19}$$

Onde:

$$Y_t = \begin{pmatrix} \left(r_{1t} - r_{cf,t} - def_{1t}\right)\hat{\alpha}_1 s_{1t}(1 - s_{1t}) - s_{1t} \\ \left(r_{2t} - r_{cf,t} - def_{2t}\right)\hat{\alpha}_2 s_{2t}(1 - s_{2t}) - s_{2t} \end{pmatrix}; e = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

$$W_t = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_2 s_{1t}(1 - s_{1t}) \\ \hat{\alpha}_2 s_{2t}(1 - s_{2t}) \end{pmatrix}; S_t = \begin{pmatrix} s_{1t} \\ s_{2t} \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{pmatrix}$$

Controles é um vetor de variáveis que deslocam a oferta e visa controlar para uma heterogeneidade entre os bancos. Estão em linha com a seção de estimação em forma reduzida, incluindo dummies de sazonalidade, dummies de ano, ativo total do banco, prazo, liquidez e número de bancos no conglomerado.

Como observamos a distribuição conjunta dos choques de oferta para todos os *j* produtos e *t* períodos distintos, precisamos impor ainda alguma estrutura para obter uma função de verossimilhança. A hipótese feita para estimar por máxima verossimilhança é a de que os choques de oferta são i.i.d no tempo. Dessa forma simplificamos a verossimilhança para:

$$f\left(e_1, e_2, ..., e_T\right) = \prod_{t=1}^{T} f\left(e_t\right), \text{ onde } e_t = (\varepsilon_{1t}, ..., \varepsilon_{jt}).$$

Ocorre que para cada produto j, temos um banco ofertante que pode atuar em mais de uma modalidade. Dessa forma, se n é o banco e m_n é o número de modalidades onde o banco n atua, temos que: $e_t = (\varepsilon_{11t},...,\varepsilon_{1m_1t},...,\varepsilon_{n1t},...,\varepsilon_{nm_nt})$, isto é cada banco estará sujeito a uma distribuição condicional de choques de oferta distinta a cada período, dependendo de em quantas modalidades ele atua naquele período. A hipótese adotada aqui é a de que esse processo é não estocástico e que os choques entre bancos, após controlarmos para outras variáveis que entram na equação de oferta, são independentes[55]. Essas hipóteses simplificam a função de verossimilhança para $f(e) = \prod_{t=1}^{T} \left\{ \prod_{n=1}^{N} f\left(\varepsilon_{n1},...,\varepsilon_{nm_n}\right) \right\}$, com:

$$f\left(\varepsilon_{n1},...,\varepsilon_{nm_n}\right) \sim Normal\left(E\left(Y_t + \Delta S_t - \Gamma W_t + \Omega controles\right), \underset{m_n x m_n}{\Sigma}\right) \qquad \textbf{(20)}$$

A maximização da função de verossimilhança foi efetuada no MatLab©. Como as hipóteses sobre a função de verossimilhança não garantem, a princípio, a existência de um máximo global, reportamos as estimativas considerando três valores iniciais utilizados pelo algoritmo. A Tabela 21 no apêndice apresenta essa informação.

[55] Ao realizar as estimativas usando a base de dados utilizada na seção de regressões em forma reduzida, percebeu-se que muitos bancos participantes de conglomerados financeiros atuavam de forma não constante em algumas modalidades. Isso era marcante para os bancos de menor porte. Isso geraria potencialmente uma complicação para a hipótese da distribuição dos choques de oferta. Para tentar minimizar esse problema, a estimação estrutural considera uma observação como um par conglomerado-modalidade, ao invés de um par banco-modalidade como na seção anterior. Contudo, mesmo após essa consolidação, ainda existem conglomerados que deixam de atuar em certa modalidade em um determinado ponto no tempo. Não iremos modelar esse processo decisório e vamos supor que ele se dá de forma não estocástica.