

## 3 Concurso de Rentabilidade

### 3.1.Motivação

O capítulo anterior mostra que a motivação dos fundos de investimento é a maximização da expectativa que a população tem a respeito da rentabilidade de suas carteiras. Viu-se que o desejo por coordenação leva os fundos a dar mais relevância à informação pública disponível do que à privada, causando uma concentração das carteiras ao redor da média. Considere agora a introdução de uma nova fonte de informação utilizada pela população para atualizar sua expectativa da rentabilidade da carteira de um fundo. Que conseqüências sobre volume transacionado e preços das carteiras o advento dessa informação causa?

A disponibilidade de informações a respeito da atuação de instituições no mercado financeiro tem apresentado rápido crescimento. Shen et al [2004] reportam a explosão de *news-letters*, revistas especializadas e serviços de ranqueamento da performance de fundos de investimento nas últimas décadas, e argumentam que esse fenômeno evidencia o fato de que os investidores gastam recursos significativos na intenção de identificar aqueles fundos que possuem habilidade de prover retornos excedentes.

Este capítulo introduz no modelo do capítulo anterior uma das fontes de informação atualmente disponíveis à população – um concurso de rentabilidade entre as carteiras dos fundos. Supõe-se que os fundos de investimento revelem suas carteiras a uma revista especializada, que divulga quais foram as carteiras mais rentáveis no período anterior. O prêmio é dividido entre todos os vencedores. É natural esperar que a população faça uso dessa informação ao decidir em que fundo investir.

Mostra-se que, se os fundos de investimento buscam maximizar a publicidade esperada pela participação no concurso, terão incentivo a diferenciar

suas carteiras entre si – consequência exatamente oposta à causada pelo aumento da coordenação. Esse efeito provém do fato de que, embora a probabilidade de que um fundo específico vença o concurso atinja seu máximo quando a carteira escolhida é a ótima derivada no capítulo anterior, o número esperado de fundos com carteiras iguais é decrescente na distância em relação a essa carteira ótima.

Essa característica do concurso leva os fundos a darem mais importância a seus sinais privados, o que faz com que as carteiras escolhidas pelos fundos sejam mais dispersas em torno da média. Tal leva a dois efeitos sobre as quantidades transacionadas das carteiras – contrários aos do aumento da coordenação. O primeiro efeito diz respeito à diminuição da quantidade transacionada das carteiras mais próximas à carteira média dada a existência do concurso, enquanto o inverso ocorre com as carteiras mais afastadas da carteira média.

Outro efeito do concurso é a diminuição da quantidade total administrada pelos fundos. Uma vez que a rentabilidade depende da distância das carteiras em relação à média, se a dispersão das carteiras aumenta, diminui a expectativa de retorno médio entre os fundos, o que leva à diminuição da quantidade de recursos que são postos sob sua tutela.

Enquanto há carteiras cuja quantidade transacionada é afetada de forma diferente pelos dois efeitos, a participação dos fundos no concurso leva a diminuição da variação no preço das carteiras em média. Todos os efeitos da introdução do concurso são análogos – mas com sentidos contrários – aos decorrentes do aumento da coordenação.

### 3.2. Modificações no modelo

Suponha que os fundos revelem sua carteira de investimento a uma revista que, por sua vez, confere um prêmio, em forma de publicidade, ao fundo que tenha previsto corretamente a carteira de maior rentabilidade do período. De acordo com o capítulo um, a carteira mais rentável em  $t$  é dada por

$$\theta_t^* \equiv (1 - \omega)\hat{\theta}_t + \omega\bar{\theta}_t.$$

Suponha que a população, ao tentar prever a rentabilidade das carteiras dos fundos, adicione à sua expectativa original quanto a essa variável um fator dependente do resultado do concurso no período anterior<sup>6</sup>: a expectativa que a população tem da rentabilidade da carteira do fundo  $i$  sofre um salto positivo caso ele tenha vencido o concurso, *i.e.*, se  $\theta_{i,t-1} = \theta_{t-1}^*$ . Esse salto depende do número de vencedores do concurso e do parâmetro  $\alpha > 0$ , que mede a importância dada ao concurso pela população. Assim,

$$\varphi_{it} = E[R_{i,t}] + \alpha \frac{1_{\{\theta_{i,t-1} = \theta_{t-1}^*\}}}{\# \text{ vencedores}}.$$

Na ausência de concurso,  $\alpha = 0$ , o motivo coordenação leva os fundos a dar maior importância à informação pública do que dariam caso estivessem interessados em compor a carteira ótima *ex-ante*. O que se deseja saber neste capítulo é qual o peso dado a cada tipo de informação quando os fundos tomam parte no concurso e, conseqüentemente, quais os efeitos sobre o volume transacionado e sobre a variação no preço das carteiras.

A seção a seguir propõe um jogo em que, a cada período, os fundos de investimento estão interessados em maximizar os ganhos de publicidade que o concurso lhes proporciona. Na seção posterior, vai ser mostrado que o comportamento dos fundos, ao dar somente importância ao concurso, é de fato um equilíbrio para o jogo em que buscam maximizar a esperança que a população tem da rentabilidade de suas carteiras.

### 3.3. Equilíbrio do jogo de maximização da publicidade

No capítulo anterior, mostrou-se que o equilíbrio em que cada fundo maximiza a rentabilidade de sua carteira coincide com o do problema de maximização da rentabilidade esperada pela população. De maneira semelhante, buscar-se-á aqui a estratégia que maximiza o ganho de publicidade para, posteriormente, mostrar que o mesmo perfil de estratégias é um equilíbrio do jogo

---

<sup>6</sup> O resultado não seria modificado caso a população levasse em consideração toda a trajetória dos concursos.

em que os fundos querem maximizar a esperança que a população tem a respeito de sua rentabilidade.

A seguir, as variáveis com o sobrescrito ‘linha’ equivalem ao caso em que o concurso está presente. Do capítulo anterior, sabe-se que, na primeira etapa da resolução do problema de maximização de seu *payoff*, o fundo  $i$  toma  $\varphi'_{it}$  como dado e escolhe a quantidade ótima de recursos a ser administrada no período,  $q_{it}^*$ . Essa decisão depende apenas das características da função custo  $C(\cdot)$ , que não são modificadas pela introdução do concurso no modelo. A taxa ótima cobrada pelo fundo continua sendo  $f_{it}^* = \varphi'_{it} - \frac{C(q_{it}^*)}{q_{it}^*}$ , onde  $q_{it}^*$  é tal que  $C'(q_{it}^*) = \varphi'_{it}$ .

Para a resolução da segunda etapa do problema, defina  $U(\theta_{it}|x_{it}, y_t)$  como a razão entre a probabilidade de que o fundo  $i$  acerte a carteira ótima no período  $t$  e o número total de fundos que o fazem. Como em Ottaviani & Sorensen [2005],

$$U(\theta_{it}|x_{it}, y_t) = \frac{q(\theta_{it}|x_{it}, y_t)}{\gamma(\theta|\theta_{it}^*)},$$

onde  $\gamma(\theta|\theta_{it}^*)$  é a crença que  $i$  tem a respeito da quantidade de fundos que montam a carteira  $\theta$  dada a carteira ótima  $\theta_{it}^*$ . Suponha que essa distribuição tenha suporte cheio nos reais. Ao escolher a carteira  $\theta_{it}$ , o fundo  $i$  vence o concurso somente se  $\theta_{it} = \theta_{it}^*$ , o que, dados os sinais públicos e privados recebidos, acontece com probabilidade  $q(\theta_{it}|x_{it}, y_t)$ . Condicional a ter vencido, o prêmio é dividido entre todos os ganhadores. A densidade do número esperado de vencedores pelo fundo  $i$  é computada em  $\theta_t^* = \theta_{it}$ .

Escolher uma carteira igual à expectativa condicional da carteira ótima,  $\theta_{it}^* \equiv E[\theta_t^*|x_{it}, y_t]$ , não é uma estratégia ótima. Considere o fundo  $i$  competindo com outros que utilizam a estratégia  $\theta_{jt} = \theta_{jt}^*, \forall j \neq i$ . Assuma, sem perda de generalidade, que  $x_{it} > z_t$ . A melhor-resposta de  $i$  é escolher uma carteira que maximize a razão entre a probabilidade de ganhar o prêmio e o número esperado de ganhadores. A probabilidade de ganhar atinge seu máximo quando  $\theta_{it} = \theta_{it}^*$ , enquanto a frequência de carteiras com rentabilidade máxima é decrescente na distância de  $\theta_{it}$  a  $z_t$ . Em  $\theta_{it} = \theta_{it}^*$ , a perda pela diminuição da probabilidade de vitória decorrente do aumento do peso dado ao sinal privado é de segunda ordem,

enquanto o ganho pela diminuição do número esperado de ganhadores é de primeira. É ótimo para o fundo, assim, mover-se em direção ao seu sinal privado.

Proposição 3.1: se todos os demais fundos usam a estratégia  $\theta_{jt} = \theta_{jt}^*, \forall j \neq i$ , a melhor-resposta para o fundo  $i$  é dar maior peso ao seu sinal privado do que daria se buscasse maximizar a rentabilidade de sua carteira.

Uma vez que utilizar a estratégia que maximiza a rentabilidade das carteiras não é ótimo nesta modificação do modelo, volta-se à caracterização do equilíbrio simétrico em que cada fundo dá uma melhor-resposta à sua conjectura a respeito da distribuição  $\gamma(\theta|\theta_t^*)$  das carteiras de seus oponentes.

Proposição 3.2: o concurso tem um único equilíbrio linear simétrico com a estratégia  $\theta_{it}^*(x_{it}, y_t) = \zeta z_t + (1 - \zeta)x_{it}$ , onde  $\zeta < \frac{\delta}{1 - \omega(1 - \delta)}$ . Fundos colocam mais peso em sua informação privada do que no equilíbrio de maximização da rentabilidade de suas carteiras.

### 3.4. Equilíbrio do jogo de maximização da rentabilidade esperada pelo público

A estratégia de equilíbrio dos fundos de investimento na busca da maximização de  $U(\theta_{it}|x_{it}, y_t)$  envolve o aumento da importância dada aos sinais privados recebidos. Esta seção mostra que o equilíbrio do jogo em que os fundos buscam maximizar a esperança que a população tem quanto ao retorno de suas carteiras é o mesmo da seção anterior.

Defina  $\beta_{it}^* \equiv \zeta$  como o peso dado pelos fundos à informação pública no equilíbrio descrito pela Proposição 3.2. Seja  $\tilde{\beta}_{it}$  a crença da população a respeito

do peso dado pelo fundo  $i$  à informação pública e  $\beta'_{it}$  o peso de fato dado a essa informação. Então

Proposição 3.3: para qualquer  $\alpha > 0$ , o equilíbrio simétrico do jogo de maximização da esperança populacional da rentabilidade das carteiras dos fundos é tal que  $\tilde{\beta}'_{it} = \beta'_{it} = \zeta, \forall i \in [0,1]$ .

Dessa forma, sabe-se que a participação dos fundos de investimento no concurso aumenta o peso dado à informação privada, efeito exatamente oposto ao aumento da coordenação. A seção de resultados compara as conseqüências da instauração do concurso sobre as quantidades transacionadas das carteiras e sobre a variação em seus preços.

### 3.5. Resultados

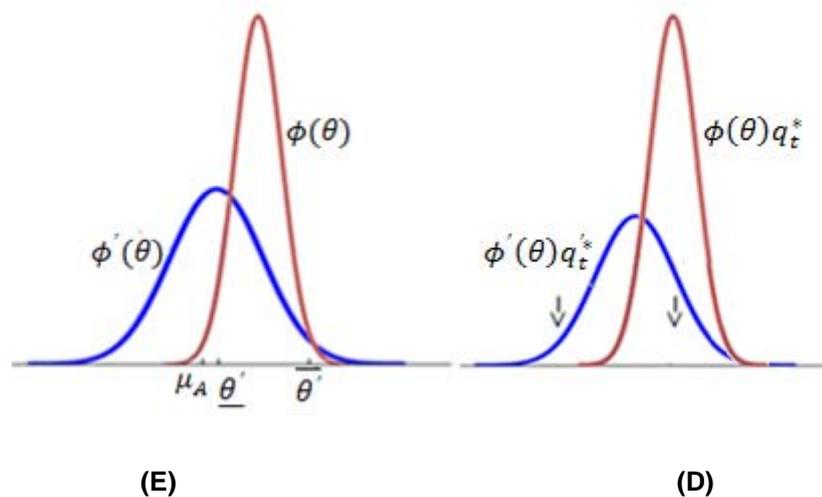
De maneira análoga ao capítulo anterior, sabe-se que a distribuição da carteira ótima do fundo  $i$  é dada por  $\theta'_{it} | \hat{\theta}_t, z_t \sim N(\zeta z_t + (1 - \zeta)\hat{\theta}_t, (1 - \zeta)^2 \sigma_x^2)$ . Seja  $\phi'(\theta_{it})$  a *f.d.p.* dessa normal. Da seção 2.3, sabe-se que a quantidade transacionada da carteira  $\theta$  é dada por  $q'_{\theta t} = \phi'(\theta)q_t^*$  quando os fundos participam do concurso, e por  $q_{\theta t}^* = \phi(\theta)q_t^*$  quando não o fazem. O primeiro resultado deste capítulo surge da comparação de  $\phi'(\theta_{it})$  a  $\phi(\theta_{it})$ .

Proposição 3.4: Existem carteiras  $\underline{\theta}'$  e  $\overline{\theta}'$  tais que:

- i)  $\phi'(\theta) > \phi(\theta), \forall \theta \in (\underline{\theta}', \overline{\theta}')$ ;
- ii)  $\phi'(\theta) > \phi(\theta), \forall \theta \in (-\infty, \underline{\theta}') \cup (\overline{\theta}', \infty)$ ;
- iii)  $\phi'(\theta) = \phi(\theta)$ , se  $\theta = \underline{\theta}'$  ou  $\theta = \overline{\theta}'$ .

Para um mesmo nível  $\omega$  de desejo por coordenação, as carteiras de investimento escolhidas tendem a se diferenciar mais umas das outras quando os fundos participam do concurso. Assim, a densidade das carteiras mais afastadas da média tende a aumentar, ao contrário do que ocorre com as carteiras próximas à média. Tal fato é ilustrado pela Figura 3.1.A. Nota-se que o concurso e a coordenação têm sentidos opostos no que tange à concentração das carteiras.

**Figura 3.1: Distribuição das carteiras dos fundos de investimento**



A figura (E) ilustra a diferença entre as distribuições das carteiras compostas pelos fundos em decorrência da participação no concurso. A figura (D) ilustra o fato de que a quantidade administrada diminui quando os fundos participam do concurso.

O segundo efeito da participação dos fundos de investimento no concurso sobre volume e preços decorre da menor concentração das carteiras ao redor da carteira média. Como a rentabilidade de  $\theta_{it}^*$  depende de sua distância em relação a  $\bar{\theta}_t^*$ , a esperança populacional quanto à rentabilidade das carteiras dos fundos cai quando estes participam do concurso, o que leva a diminuição da quantidade administrada por cada um deles, conforme ilustrado na Figura 3.1.D.

Proposição 3.5: a quantidade administrada por cada fundo é menor quando eles participam do concurso de rentabilidade:  $q'_{it} < q_{it}^*$ .

Da comparação de  $\phi(\theta)q_t^*$  a  $\phi'(\theta)q_t'^*$ , tem-se que a instauração do concurso faz com que haja tanto carteiras cuja quantidade transacionada aumenta – e, conseqüentemente, sofrem um aumento na variação de seu preço –, quanto carteiras que sofrem o efeito contrário. Agregando-se os resultados entre todas as carteiras, porém, vê-se que os efeitos do concurso sobre a variação média de preços é bem definido.

Proposição 3.6: dado  $\omega$ , a variação de preço total decorrente da demanda dos fundos de investimento é menor quando estes participam do concurso de rentabilidade.

Há carteiras cuja quantidade transacionada é afetada de forma diferente pelos dois efeitos. Mesmo assim, pode-se concluir que a participação dos fundos de investimento leva a diminuição da variação no preço das carteiras, uma vez que a quantidade comercializada média dentre todas as carteiras diminui.