5
Referências bibliográficas

Abreu, D. e M. Brunnermeier, 2002. “Synchronization risk and delayed arbitrage,” *Journal of Financial Economics*, vol. 66, pp. 341-360.

Amihud, Y., H. Mendelson e L. Pedersen, 2005. “Liquidity and Asset Prices,” *Foundations and Trends in Finance*, vol. 1(4), pp. 270-364.

Angeletos, G. e A. Pavan, 2007. "Efficient Use of Information and Social Value of Information," *Econometrica*, vol. 75(4), pp. 1103-1142.

Berk, J. e R. Green, 2004. “Mutual Fund Flows and Performance in Rational Markets,” *Journal of Political Economy*, vol. 112(6), pp. 1269-1295.

Brunnermeier, M. e S. Nagel, 2004. “Hedge Funds and the Technology Bubble,” *The Journal of Finance*, vol. 59(5), pp. 2013-2040.

Chen, J., H. Hong e J. Kubik, 2004. “Does Fund Size Erode Mutal Fund Performance? The Role of Liquidity and Organization,” The American Economics Review, vol. 94(5), pp. 1276-1302.

Choi, W. e D. Cook, 2005. “Stock Market Liquidity and the Macroeconomy: Evidence from Japan,” *International Monetary Fund Working Paper WP/05/06*.

Cochrane, J., 10 de Novembro de 2007. “Efficient Markets Today,” Palestra dada na Conference on Chicago Economics. Consulta em Março de 2009. Disponível em *faculty.chicagobooth.edu/john.cochrane/research/Papers/ Cochrane_efficient_markets.doc*

Gabaix, G., P. Gopikrishnan, V. Plerou e H. Stanley, 2006. "Institutional Investors and Stock Market Volatility," *Quarterly Journal of Economics*, vol. 121(2), pp. 461-504.

Ottaviani M. e P. Sørensen, 2007. "Aggregation of Information and Beliefs in Prediction Markets," *FRU Working Papers 2007/01*, University of Copenhagen. Department of Economics. Finance Research Unit.

Pástor, L. e R. Stambaugh, 2003. “Liquidity Risk and Expected Stock Returns,” *The Journal of Political Economy*, vol. 111(3), pp. 642-685.

Rostek, M. e M. Weretka, 2008. “Dynamic Thin Markets,” Working Paper, University of Wisconsin-Madison.

6
Apêndice

6.1. Introdução de um fundo de investimento grande

O presente trabalho buscou até então – seja por simplicidade, seja pela crença na existência de diversos mercados em que tal restrição não é determinante –, analisar o comportamento de fundos de investimento pequenos e simétricos. O objetivo desta seção é estender o modelo apresentado no segundo capítulo do trabalho à situação em que esteja presente no mercado um fundo de investimento de tamanho avantajado e que reconheça que suas operações levam a modificações no preço das carteiras de investimento.

O tamanho de um fundo de investimento específico é definido como a quantidade de recursos por ele administrada, e esta variável é determinada em equilíbrio a partir da percepção por parte do público quanto à rentabilidade futura da carteira de investimento deste fundo. Uma vez que a percepção da população quanto à rentabilidade depende, em última análise, da qualidade da informação a que um determinado fundo de investimento tem acesso, a única forma de motivar a existência de um fundo capaz de atrair, consistentemente, uma quantidade maior de recursos do que seus concorrentes é supor a existência de uma melhor fonte de informação disponível somente a ele.

A existência de um fundo de investimento maior é introduzida nesta seção ao se supor que, enquanto o sinal público recebido por todos os fundos $i = [0,1]$ continua o mesmo, o sinal privado recebido por cada um deles é tal que a precisão relativa do sinal público recebido pelos fundos de investimento é dada por δ e por δ_0 para os fundos de investimento $i \in (0,1]$ e $i = 0$, respectivamente, com $\delta > \delta_0$.

A segunda modificação introduzida no modelo diz respeito ao reconhecimento por parte do fundo de investimento grande do impacto que suas operações têm sobre o preço das carteiras comercializadas. Para tal, denote o novo custo de operação do fundo de investimento $i = 0$ por

$$C\left(q_{it}, H^*_{\theta_{lt}}\right) = C(q_{it}) + \int H^*_{\theta_{lt}} q_{\theta_{it}} d\theta$$

onde $C(q_{it})$ é o custo de operação tal qual apresentado no capítulo dois, e $\int q_{\theta_{it}} d\theta = q_{it}$. Sendo assim, o novo problema do fundo de investimento pode ser expresso como:

$$\max_{f_{it}, \theta_{it}} E\left[\sum_{h=t}^{\infty} \lambda^h \left(\varphi_{ih} q_{ih} - C(q_{ih}) - \mathbb{I} \int H^*_{\theta_{lt}} q_{\theta_{it}} d\theta\right) | x_{it}, y_t\right]$$

$$\text{onde } \mathbb{I} = \begin{cases} 1, i = 0 \\ 0, \ c.c. \end{cases}$$

O problema acima, assim como no capítulo dois, pode ser resolvido em duas etapas, haja vista a inexistência de interação entre a escolha da quantidade de recursos de terceiros administrada e da carteira composta por cada fundo. A primeira etapa é a determinação da quantidade de recursos administrada a cada período por cada fundo de investimento. A expressão para $H^*_{\theta_{lt}}$ foi derivada em capítulos anteriores.

Na primeira etapa, o problema do fundo i pode ser expresso como

$$\max_{q_{it}} \ \varphi_{it} q_{it} - C(q_{it}) - \mathbb{I} \int \frac{\alpha V_\theta}{(J-1)} q_{\theta_{it}} d\theta$$

$$CPO: \ \varphi_{it} - \mathbb{I} \frac{\alpha V_\theta}{(J-1)} = C'(q^*_{it})$$

Segue diretamente da condição de primeira ordem do problema acima que a razão entre a quantidade de recursos administrada e a crença que a população tem a respeito da rentabilidade da carteira de um fundo específico difere dos fundos pequenos para o fundo grande.

Proposição A.1.1. A razão entre a quantidade de recursos administrada por um fundo e a rentabilidade esperada de sua carteira é menor para o fundo de investimento grande. Ou seja, $\frac{q^*_{0t}}{\varphi_{0t}} < \frac{q^*_{it}}{\varphi_{it}}, \forall i \in (0,1]$.

A proposição acima, juntamente à condição de primeira ordem do problema de escolha da quantidade administrada por cada fundo, garante que a quantidade de recursos administrada pelos fundos de investimento pequenos não se modifica pela introdução de um fundo de investimento grande. Mais ainda, tal resultado leva à conclusão de que a quantidade de recursos administrada é menos do que proporcional à medida de reputação utilizada pela população ao julgar o comportamento dos fundos de investimento.

A segunda etapa do problema envolve a decisão do fundo i com respeito à carteira θ_{it}. O problema dos fundos de investimento nesta etapa pode ser descrito como

$$\max_{\theta_{it}} E\left[\sum_{h=t+1}^{\infty} \lambda^h \left(\varphi_{ih} q^*_{ih} - C(q^*_{ih}) - \mathbb{I} \int \frac{\alpha V_\theta}{(J-1)} q^*_{\theta_{ht}} d\theta\right) |x_{it}, y_t\right]$$

Mais uma vez, essa maximização pode ser simplificada a partir da aplicação do Teorema do Envelope. A proposição abaixo garante que o resultado da Proposição 2.3, qual seja de que o *payoff* de um fundo é crescente na expectativa da população do retorno de sua carteira, continua válido neste novo contexto, para todos os fundos de investimento.

Proposição A.1.2.. O *payoff* instantâneo do fundo a cada período, $\varphi_{ih} q^*_{ih} - C(q^*_{ih})$, é crescente na esperança de rentabilidade de sua carteira, φ_{it}. Para qualquer $i \in [0,1]$.

Por sua vez, o problema dos fundos i em compor suas carteiras de forma a maximizar a rentabilidade de suas operações pode ser expresso como

$$\max_{\theta_{it}} E\left[k-(1-\omega)\left(\theta_{it}-\hat{\theta}_t\right)^2-\omega(\theta_{it}-\bar{\theta}_t)^2-\mathbb{I}\frac{\alpha V_\theta}{(J-1)}|x_{it},y_t\right]$$

$$\text{CPO: } \theta_{it}(x_{it},y_t)=(1-\omega)E\left[\hat{\theta}_t|x_{it},y_t\right]+\omega E[\bar{\theta}_t|x_{it},y_t]$$

Os fundos de investimento escolhem suas carteiras de investimento θ_{it} depois de ter recebido sinais acerca da carteira ótima *ex-ante*, ponderando entre suas expectativas a respeito do estado $\hat{\theta}_t$ e da carteira média dentre todos os fundos, $\bar{\theta}_t$. Assim como no capítulo dois, se se restringe às estratégias lineares nos sinais recebidos da forma $\theta_{it}(x_{it},y_t)=\begin{cases}(1-\beta')z_t+\beta' x_{it}, i\in(0,1]\\ (1-\beta_0')z_t+\beta_0' x_{it}, i=0\end{cases}$, chega-se ao resultado abaixo.

Proposição A.1.3. Em equilíbrio, os pesos dados ao sinal privado pelo fundo de investimento grande e pelos fundos de investimento pequenos são dados respectivamente por

$$\beta_0'=\frac{(1-\omega)(1-\delta_0)}{1-\omega(1-\delta)(1-\varpi)} \text{ e } \beta'=\frac{(1-\varrho)(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)(1-\varpi)},$$

$$\text{onde } \varpi=\left[\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\delta_0\omega-\frac{\delta}{(1-\delta)}\right]\frac{q_{0t}^*}{q_t^*} \text{ e } \varrho=\delta_0\omega\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}<1.$$

Quanto utilizada para comparar o comportamento entre fundos de investimento grandes e pequenos, a proposição acima leva à seguinte conclusão.

Corolário A.1.1. A razão entre o peso dado à informação privada e a precisão relativa desta fonte de informação em relação à informação pública é maior para o fundo de investimento grande. Isto é, $\frac{\beta_0'}{\delta_0} > \frac{\beta'}{\delta}$.

O resultado apresentado no corolário A.1.1 descreve como a estratégia utilizada para a composição da carteira de investimento por um fundo de investimento que concebe que suas operações têm impacto no preço das carteiras difere da estratégia utilizada por fundos que não levam em consideração tal impacto.

A própria suposição da existência de um fundo de investimento grande – equivalentemente, a suposição da existência de um fundo de investimento com acesso a uma fonte de informação privada mais precisa – torna intuitivo o resultado de que o peso dado à informação pública pelos fundos de investimento pequenos seja maior. O que o resultado acima demonstra é que, mesmo se fosse controlado para a precisão da informação privada recebida, os fundos de investimento pequenos continuariam dando mais atenção à informação pública do que o fundo de investimento grande.

Outra comparação que pode ser feita a partir da proposição acima diz respeito à modificação do comportamento dos fundos de investimento pequenos dada a introdução de um fundo de investimento grande. O resultado a que se chega é ambíguo, uma vez que o peso dado à informação privada por tais fundos, β', pode ser maior, igual ou menor ao peso dado à informação privada na ausência do fundo de investimento grande, dependendo do valor dos parâmetros ϖ e ϱ.

É interessante notar que $\lim_{\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\to 0} \frac{(1-\varrho)(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)(1-\varpi)} = \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}$, o que garante que os resultados apresentados no capítulo dois permanecem inalterados caso a diferença da precisão da informação privada recebida pelo fundo de investimento maior em relação aos demais fundos não seja suficientemente grande para garantir que a quantidade administrada pelo primeiro seja significativa ante a quantidade total administrada pela indústria.

Por outro lado, caso a quantidade administrada pelo fundo de investimento grande seja significativa, o seguinte resultado provê uma condição suficiente para que o peso dado à informação privada pelos fundos de investimento pequenos seja menor na presença do fundo de investimento grande em relação à situação do capítulo dois.

Corolário A.1.2. A razão entre os pesos dados à informação pública $\frac{\beta'}{\beta}$ é maior do que um desde que a quantidade de recursos administrada pelos fundos de investimentos pequenos seja suficientemente grande ante o total, $\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right) > \frac{\delta}{\omega\delta_0(1-\delta)}$.

Enquanto a condição estabelecida no corolário acima é válida, tem-se o resultado intuitivo de que o peso dado à informação privada pelo fundo de investimento grande é maior do que o peso dado pelos fundos pequenos que, por sua vez, baseiam suas decisões na informação pública de forma ainda mais significativa do que o fazem quando o fundo de investimento grande não está presente.

De maneira análoga aos capítulos anteriores, sabe-se que a distribuição da carteira ótima do fundo $i \in (0,1]$ é dada por $\theta_{it}^{*}|\hat{\theta}_t, z_t \sim N\left((1-\beta')z_t + \beta'\hat{\theta}_t, \left[\frac{(1-\varrho)(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)(1-\varpi)}\right]^2 \sigma_x^2\right)$. Seja $\phi''(\theta_{it})$ a *f.d.p.* desta normal. Defina $q_{\neg\theta t}^{*}$ como a quantidade total administrada da carteira θ pelos fundos de investimento pequenos. Da seção 2.3, sabe-se que $q_{\neg\theta t}^{*} = \phi''(\theta)(q_t^{*} - q_{0t}^{*})$. A quantidade total comercializada de cada carteira, por sua vez, é dada adicionando à expressão anterior a carteira do fundo de investimento grande. Tem-se que

$$q_{\theta t}^{*} = \begin{cases} q_{\neg\theta t}^{*} + q_{0t}^{*}, & se\ \theta = \theta_{it} \\ q_{\neg\theta t}^{*}, & c.c. \end{cases}$$

Mapeando esses fatos com os resultados do capítulo dois, tem-se que $\left(1 - \frac{q_{0t}^{*}}{q_t^{*}}\right) > \frac{\delta}{\omega\delta_0(1-\delta)}$ implica que a distribuição das carteiras dos fundos de investimento pequenos seja ainda mais concentrada, o que por sua vez faz com que a quantidade total comercializada pelos fundos pequenos das carteiras próximas à média das carteiras comercializadas pelos fundos de investimento pequenos seja maior quando o fundo de investimento grande esteja presente, enquanto o oposto ocorra com as carteiras afastadas da média. Quanto à quantidade total comercializada de cada carteira, a única diferença em relação ao expresso anteriormente é o aumento da comercialização da carteira $\theta = \theta_{it}$ pela quantidade q_{0t}^{*}.

Conforme expresso anteriormente, pouco se pode dizer a respeito do caso em que $\left(1 - \frac{q_{0t}^{*}}{q_t^{*}}\right) \leq \frac{\delta}{\omega\delta_0(1-\delta)}$, uma vez que para estes parâmetros pode ser tanto verdade que a distribuição das carteiras compostas pelos fundos de investimento pequenos seja mais quanto menos concentrada.

6.2.Demonstrações

Proposição 2.1. Em equilíbrio, temos que $\Delta\theta_{jt} + \int_{l\neq j}\Delta\theta_{lt}\,dl - \int_i \theta_{it}\,di = 0$. Substituindo $\Delta\theta^*_{lt} = \frac{(-A_\theta+\alpha V_\theta\theta^*_{lt}-p_{\theta_t})}{(H_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}$ para todos os provedores de liquidez $l \neq j$ na expressão anterior, tem-se $\Delta\theta_{jt} + \int_{l\neq j}\frac{(-A_\theta+\alpha V_\theta\theta^*_{lt}-p_{\theta_t})}{(H_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}dl - \int_i \theta_{it}\,di = 0$. Isolando para o preço e reajustando termos, segue $p_{\theta_t} = \frac{\Delta\theta_{jt}+\int_{l\neq j}\frac{(p_{\theta_t})}{(H_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}dl+\int_{l\neq j}\Delta\theta^*_{lt}dl-\int_i \theta_{it}di}{\int_{l\neq j}\frac{1}{(H_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}dl}$. Impondo a restrição de equilíbrio $\Delta\theta_{jt} + \int_{l\neq j}\Delta\theta_{lt}\,dl - \int_i \theta_{it}\,di = 0$, tem-se $p_{\theta_t} = p^*_{\theta_t} + \frac{\Delta\theta_{jt}-\Delta\theta^*_{jt}}{\int_{l\neq j}\frac{1}{(H_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}dl}$. Assim $H^*_{\theta_{lt}} = \frac{1}{\int_{l\neq j}\frac{1}{(H^*_{\theta_{lt}}+\alpha V_\theta)}dl}$. No equilíbrio simétrico, temos que $H^*_{\theta_{lt}} = H^*_{\theta_{lt}}, \forall i,l$. Assim, $H^*_{\theta_{lt}} = \frac{\alpha V_\theta}{J-1}$.

Proposição 2.2: Defina $\chi \equiv \varphi_{it} - C'(q^*_{it})$. O resultado segue por Topkis, uma vez que a função custo é convexa: $\frac{\partial q^*_{it}}{\partial\varphi_{it}} = -\frac{\frac{\partial\chi}{\partial\varphi_{it}}}{\frac{\partial\chi}{\partial q^*_{it}}} = -\frac{1}{-C''(q^*_{it})} > 0$.

Proposição 2.3: Seja $q^*_{ih}(\varphi_{ih})$ a quantidade ótima administrada pelo fundo i dado φ_{ih}. Defina $\psi(q_{ih}(\varphi_{ih}),\varphi_{ih}) \equiv \varphi_{ih}q^*_{ih} - C(q^*_{ih})$ e $V(\varphi_{ih}) \equiv \psi(q^*_{ih}(\varphi_{ih}),\varphi_{ih})$. Do Teorema do Envelope, tem-se que o *payoff* instantâneo do fundo é crescente em φ_{ih}, já que

$$\frac{\partial V(\varphi_{ih})}{\partial\varphi_{ih}} = \frac{\partial\psi(q^*_{ih}(\varphi_{ih}),\varphi_{ih})}{\partial\varphi_{ih}} + \frac{\partial\psi(q^*_{ih}(\varphi_{ih}),\varphi_{ih})}{\partial q_{ih}}\frac{\partial q^*_{ih}(\varphi_{ih})}{\partial\varphi_{ih}} > 0$$

Proposição 2.4: Suponha que todos os fundos usem uma estratégia linear nos sinais no formato $\theta_{it}(x_{it},y_t) = \kappa x_{it} + (1-\kappa)z_t$. O fundo i estima a média das carteiras por $E[\bar{\theta}_t|x_{it},y_t] = \kappa\int E[x_{jt}|x_{it},y_t]dj + (1-\kappa)z_t = \kappa\int E[\hat{\theta}_t|x_{it},y_t]dj +$

$(1-\kappa)z_t = \kappa(\delta z_t + (1-\delta)x_{it}) + (1-\kappa)z_t = \left(\kappa\delta + (1-\kappa)\right)z_t + \kappa(1-\delta)x_{it}$. A carteira ótima para o fundo i é, então $\theta_{it}(x_{it}, y_t) = \left[(1-\omega)\delta + \omega\left(\kappa\delta + (1-\kappa)\right)\right]z_t + [(1-\omega)(1-\delta) + \omega\kappa(1-\delta)]x_{it}$. Igualando κ a $[(1-\omega)(1-\delta) + \omega\kappa(1-\delta)]$, tem-se que $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}$. Dessa forma, a carteira escolhida pelo fundo é dada por $\theta^*_{it}(x_{it}, y_t) = \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}x_{it}$. Morris e Shin mostram a unicidade deste equilíbrio linear.

Proposição 2.5: Sabe-se que $\theta^*_{it} = \text{argmax}_{\theta_{it}} E[R_{it}|\, x_{it}, y_t]$. Seja β^*_{it} o peso dado à informação pública sob θ^*_{it}. Considere que a população tenha a crença de que $\tilde{\beta}_{jt} = \beta^*_{jt}, \forall j \neq i$ e que, de fato, os fundos $j \neq i$ escolham $\beta_{jt} = \beta^*_{jt}$. A esperança $\varphi_{ih} = E[R_{it}]$, dada a crença da população, é maximizada em $\tilde{\beta}_{it} = \beta^*_{it}$, uma vez que, pela Lei das Expectativas Iteradas, $\varphi_{it} = E[E[R_{it}|x_{it}, y_t]]$. Considere que a população crê que $\tilde{\beta}_{it} = \beta^*_{it}$. Como φ_{it} é dado quando i decide a carteira θ_{it}, ele não tem incentivo a escolher $\beta_{it} \neq \beta^*_{it}$. Dessa forma, há um equilíbrio em que as crenças $\tilde{\beta}_{jt} = \beta^*_{jt}, \forall j$ são cumpridas.

Corolário 2.1: Segue imediatamente da comparação de $\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}$ a δ, uma vez que $\omega \in (0,1)$.

Proposição 2.6: Dada a distribuição $\theta^*_{it}|\hat{\theta}_t, z_t$, a freqüência com que o fundo i compra uma carteira no intervalo $(\theta, \theta+\varepsilon)$ é dada por $\int_{\theta}^{\theta+\varepsilon}\phi(\theta)$. A freqüência com que a carteira θ é comprada é dada por $\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{\theta}^{\theta+\varepsilon}\frac{\phi(\theta)}{\varepsilon} = \phi(\theta)$. A quantidade comprada pelo fundo i *é* q^*_{it}. Defina $q^*_t = \int q^*_{it}\, di$ como a quantidade total dos recursos administrados por todos os fundos de investimento no período t. Para encontrar a quantidade esperada total comprada da carteira θ, basta integrar $\phi(\theta)q^*_{\theta it}$ em i: $\int \phi(\theta)q^*_{it}\, di = \phi(\theta)\int q^*_{it}\, di = \phi(\theta)q^*_t$.

Proposição 2.7: Basta comparar $\phi(\theta)$ a $\phi^{sc}(\theta)$. Seja $\mu_A \equiv \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\hat{\theta}_t$, $\sigma_A = \left[\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right]^2\sigma^2_x$, $\mu_B \equiv \delta z_t + (1-\delta)\hat{\theta}_t$ e $\sigma_B = (1-\delta)^2\sigma^2_x$. Os pontos em que $\phi(\theta) = \phi^{sc}(\theta)$ equivalem às raízes da equação de segundo grau $\left(\frac{1}{2\sigma^2_A} - \frac{1}{2\sigma^2_B}\right)\theta^2 - \left(\frac{\mu_A}{\sigma^2_A} - \frac{\mu_B}{\sigma^2_B}\right) - ln\sigma_A + ln\sigma_B + \frac{1}{2}\frac{\mu^2_A}{\sigma^2_A} - \frac{1}{2}\frac{\mu^2_B}{\sigma^2_B} = 0$, que são duas, uma vez que $\sigma_A \neq \sigma_B$. Sejam $\underline{\theta}$ e $\overline{\theta}$ essas raízes, com $\underline{\theta} > \overline{\theta}$. Seja Nota-se que, para $\forall\theta \in \left(\underline{\theta}, \overline{\theta}\right), \phi(\theta) > \phi^{sc}(\theta)$. Avaliando as distribuições em suas médias, temos que $\sigma_A < \sigma_B$ implica em $\phi(\mu_A) > \phi^{sc}(\mu_B)$. Como $\phi^{sc}(\mu_B) > \phi^{sc}(\theta), \forall\theta \neq \mu_B$, por transitividade $\phi(\mu_A) > \phi^{sc}(\mu_A)$. O resultado segue da continuidade das funções $\phi(\theta)$ e $\phi^{sc}(\theta)$.

Proposição 2.8: A esperança da população da rentabilidade da carteira do fundo i, $\varphi_{it} = E\left[R_{i,t}\right]$, é dada por $E\left[k - (1-\omega)(\theta_{it} - \hat{\theta}_t)^2 - \omega(\theta_{it} - \bar{\theta}_t)^2\right]$ e $E\big[k -$ *(θit−θt)2*, na presença e ausência de coordenação, respectivamente. As esperanças da população quanto às distribuições $\phi(\theta)$ e $\phi^{sc}(\theta)$ são dadas pelas normais $N\left(\mu, \left[\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right]^2 \sigma_x^2\right)$ e $N(\mu, (1-\delta)^2\sigma_x^2)$, respectivamente. Esse resultado segue do fato de que $E\left[E\left[\bar{\theta}_t \middle| \hat{\theta}_t, z_t\right]\right] = E\left[E\left[\int \theta_{it}\, di \middle| \hat{\theta}_t, z_t\right]\right] = \int E\left[E\left[\theta_{it} \middle| \hat{\theta}_t, z_t\right]\right] di = \int \mu\, di = \mu$. Como $\in (0,1)$, tem-se que $\varphi_{it} > \varphi_{it}^*$, o que implica, pela Proposição 2.1, que $q_{it}^* > q_{it}^{*\,sc}$.

Proposição 2.9: Basta somar as variações nas quantidades em todas as carteiras: $\int q_\theta d\theta = \int \mu(\theta) q_t^*\, d\theta = q_t^*$ e $\int q_\theta^{sc} d\theta = \int \mu^{sc}(\theta) q_t^{*sc}\, d\theta = q_t^{*sc}$. O resultado segue uma vez que $q_t^* > q_t^{*sc}$.

Proposição 3.1: Em posse dos sinais (x_{it}, y_t), o fundo i estima a distribuição da carteira ótima *ex-ante* por $\hat{\theta}|x_i, y \sim N(\delta z + (1-\delta)x_i, \sigma^2)$, onde e $\sigma^{-2} = \sigma_x^{-2} + \sigma_y^{-2} + \sigma_\theta^{-2}$. Já sua expectativa da carteira ótima θ_t^* é dada por $\theta_t^*|x_i, y \sim N\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{it}, \left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right)$. Se $\forall j \neq i$ usa a estratégia $\theta_{jt}(x_{jt}, y_t) = \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{jt}$, i crê que $\bar{\theta}_t|\theta_t^* \sim N(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} \theta_t^*, \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2)$. Usando a distribuição normal e desconsiderando o termo constante, temos $log\,\gamma(\theta|\theta_{it}) = -\frac{\{(\theta_{it} - z_t)\}^2}{2\left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{\delta}\right)^2 \sigma_x^2}$ e $log\, q(\theta_{it}|x_{it}, y_t) = -\frac{\{\theta_{it} - \left[\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{it}\right]\}^2}{2\left(\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^{-2} + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^{-2}\right)}$. O fundo i busca maximizar $log\, q(\theta_{it}|x_{it}, y_t) - log\,\gamma(\theta|\theta_{it}) = -\frac{\{\theta_{it} - \left[\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{it}\right]\}^2}{2\left(\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right)} + \frac{\{(\theta_{it} - z_t)\}^2}{2\left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{\delta}\right)^2 \sigma_x^2}$. A condição de primeira ordem implica em $\theta_{it} = \frac{A x_{it} + B z_t}{C}$, onde $A = \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{\delta}\right)^2 \sigma_x^2$, $B = \left\{\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{\delta}\right)^2 - \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2\right\} \sigma_x^2 - \left(\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2\right)$ e $C = \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{\delta}\right)^2 \sigma_x^2 - \left(\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right)$. O resultado segue do fato que $\frac{A}{C} > \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)$.

Proposição 3.2: Assume-se que os fundos usam estratégias lineares na forma $\theta_{it}(x_{it}, y_t) = \varsigma z_t + (1-\varsigma)x_{it}$, com $\varsigma \in [0,1]$. Temos que $\theta_t^*|x_{it}, y_t \sim N\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{it}, \left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right)$. Se todos os oponentes usam a estratégia linear $\theta(x, y) = \varsigma z + (1-\varsigma)x_i$, i crê que $\bar{\theta}_t|\theta \sim N(\varsigma z + (1-\varsigma)\theta, (1-\varsigma)^2\sigma_x^2)$. Usando a distribuição normal e desconsiderando o termo constante, temos $\log \gamma(\theta|\theta_{it}) = -\frac{\{(\theta_{it}-z)\}^2}{2\left(\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2}$ e $\log q(\theta_{it}|x_{it}, y_t) -= -\frac{\{\theta_{it} - \left[\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)} z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)} x_{it}\right]\}^2}{2\left(\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^{-2} + \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^{-2}\right)}$. O fundo i maximiza $\log q(\theta_{it}|x_{it}, y_t) - \log \gamma(\theta|\theta_{it})$. Resolvendo da mesma forma que na Proposição I, tem-se que $\theta_{it} = \frac{\left(-\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 - \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2 + \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\left(\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2\right) z_t + \frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\left(\frac{1-\varsigma}{C\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2 x_{it}}{\left[\left(\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2 - \left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 - \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right]}$.
Igualando-se $\varsigma = \frac{\left(-\left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 - \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2 + \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\left(\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2\right)}{\left[\left(\frac{1-\varsigma}{\varsigma}\right)^2 \sigma_x^2 - \left(\frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_z^2 - \left(\frac{(1-\omega)(1-\delta)}{1-\omega(1-\delta)}\right)^2 \sigma_x^2\right]}$ chega-se à equação de segundo grau $D\varsigma^2 + E\varsigma + F = 0$, onde $D = \left\{\left(1-\omega(1-\delta)\right)^2 \sigma_x^2 - \right.$ *δ2σz2−1−ω1−δ2σx2*, *E=1−ω1−δ1−ω1−δσx2−21−ω1−δ2σx2* e $F = \left\{\left(1-\omega(1-\delta)\right)^2 \sigma_x^2 - (1-\omega)(1-\delta)\left(1-\omega(1-\delta)\right)\sigma_x^2\right\}$. Avaliando esta equação em $\varsigma = 0, \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}, 1$, tem-se que existe apenas uma raiz no intervalo $[0,1]$, e que esta se encontra no intervalo $\left(0, \frac{\delta}{1-\omega(1-\delta)}\right)$.

Proposição 3.3: suponha que não, então $\tilde{\beta}_{it}' = \beta_{it}' \neq \varsigma, \forall i$. O objetivo do fundo i em t é maximizar $E[\varphi_{ih}|x_{it}, y_t], \forall h > t$. Enquanto φ_{it} independe da carteira composta em t, φ_{it+1} depende do resultado do concurso em t, dependente de θ_{it}. O resultado segue do fato de que $E[\varphi_{ih}|x_{it}, y_t]$ atinge seu máximo em $\beta_{it}' = \frac{B}{C}$ (Proposição II).

Proposição 3.4: análogo à Proposição 2.6.

Proposição 3.5: análogo à Proposição 2.7.

Proposição 3.6: análogo à Proposição 2.8.

Proposição A.1.1: O resultado segue imediatamente da condição de primeira ordem do problema de escolha da quantidade administrada, tendo em vista que $C''(.) > 0$.

Proposição A.1.2: Análogo à Proposição 2.3, com $\psi(q_{ih}(\varphi_{ih}), \varphi_{ih}) \equiv \varphi_{ih} q_{ih}^* - C(q_{ih}^*) - \mathbb{I}\frac{\alpha V_\theta}{(J-1)} q_{ih}^*$.

Proposição A.1.3: Suponha que todos os fundos usem uma estratégia linear nos sinais no formato $\theta_{it}(x_{it}, y_t) = \kappa x_{it} + (1-\kappa) z_t$ e $\theta_{0t}(x_{0t}, y_t) = \kappa_0 x_{0t} + (1-\kappa_0) z_t$. O fundo $i \in (0,1]$ estima a média das carteiras por $E[\bar{\theta}_t | x_{it}, y_t] = \left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\left(\kappa \int E[x_{jt}|x_{it}, y_t] dj + (1-\kappa) z_t\right) + \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}(\kappa_0 E[x_{0t}|x_{it}, y_t] +$ *1−κ0zt1−q0t∗ qt∗ κ+q0t∗ qt∗ κ0δ+1−κ1−q0t∗ qt∗ +1−κ0q0t∗ qt∗ zt+1−δ1−q0t∗ qt∗ κ+1−δq0t∗ qt∗ κ0xit*, o que leva a $\theta_{it}(x_{it}, y_t) = \left\{(1-\omega)\delta + \omega\left[\delta\left(\left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\kappa + \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\kappa_0\right) + (1-\kappa)\left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right) + \right.\right.$ *1−κ0q0t∗ qt∗ zt+ω1−δ1−q0t∗ qt∗ κ+q0t∗ qt∗ κ0+1−ω1−δxit*. O fundo $i = 0$, por sua vez, estima $E[\bar{\theta}_t | x_{0t}, y_t] = \left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\left(\kappa \int E[x_{jt}|x_{0t}, y_t] dj + \right.$ *1−κzt+q0t∗ qt∗ κ0x0t+1−κ0zt=1−q0t∗ qt∗ δ0κ+1−κ0q0t∗ qt∗ +1−κzt+q0t∗ qt∗ κ0+1−δ01−q0t∗ qt∗ κx0t*, o que leva a $\theta_{0t}(x_{0t}, y_t) = \left\{\delta_0(1-\omega) + \omega\left[\left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\delta_0\kappa + (1-\kappa_0)\frac{q_{0t}^*}{q_t^*} + (1-\kappa)\right]\right\} z_t + \left\{\omega\left[\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\kappa_0 + (1-\delta_0)\left(1 - \frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\kappa\right] + (1-\delta_0)(1-\omega)\right\} x_{0t}$. Ajustando-se os coeficientes, tem-se $\kappa_0 = \frac{(1-\delta_0)\omega\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\kappa + (1-\delta_0)(1-\omega)}{1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\omega}$ e $\kappa = \frac{\left[\omega\kappa_0\frac{q_{0t}^*}{q_t^*} + (1-\omega)\right](1-\delta)}{1-\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\omega(1-\delta)}$. Substituindo e reajustando termos, tem-se que $\kappa = \frac{(1-\delta)(1-\omega)\left[1-\delta_0\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\omega\right]}{1-\omega(1-\delta)\left[1-\left[\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\delta_0\omega - \frac{\delta}{(1-\delta)}\right]\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right]}$ e $\kappa_0 = \frac{(1-\omega)(1-\delta_0)}{1-\omega(1-\delta)\left[1-\left[\left(1-\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right)\delta_0\omega - \frac{\delta}{(1-\delta)}\right]\frac{q_{0t}^*}{q_t^*}\right]}$.