

## 6.

### Conclusões e considerações finais

*“Nem tudo consiste em ensinar, ou seja, em transmitir simplesmente um ensinamento. Para quem conhece os profundos mistérios que se ocultam na natureza humana, ensinar é criar; e para que esse ensinamento possa ser compreendido, é necessário que exista, em quem o recebe, o campo propício para que cumpra sua incumbência.”*

Carlos Bernardo González Pecotche.

#### 6.1.

##### Conclusões

A resposta dinâmica não linear de barras engastada-livres, com elevada ou baixa rigidez à torção, foi investigada neste trabalho. Na formulação apresentada, consideraram-se tanto não linearidades geométricas quanto inerciais. As equações não lineares integro-diferenciais que descrevem o acoplamento modal de flexo-torção da barra, foram usadas, juntamente com o método de Galerkin, para se obter um conjunto de equações discretizadas de movimento, o qual foi resolvido utilizando-se o método de Runge –Kutta. Atenção especial foi dada à influência das cargas laterais uniformemente distribuídas ao longo do comprimento da barra, e das cargas concentradas axiais, estáticas e dinâmicas no movimento tridimensional destas estruturas. A assimetria da seção transversal da barra e o efeito de possíveis imperfeições geométricas iniciais também foram estudados. Integração numérica das equações de movimento, diagramas de bifurcações, planos de fase, mapas de Poincaré, seções das bacias de atração, transformadas de Fourier e evolução dos expoentes de Lyapunov foram usados para explorar o comportamento da estrutura nas regiões mais importantes de ressonância interna e externa.

Os resultados mostraram que, dependendo apenas da magnitude do carregamento e do nível de amortecimento, podem surgir ao longo das curvas de ressonância clássicas bifurcações do tipo pitchfork que levam a uma quebra de simetria e ao aparecimento de vibrações não planares de pequena, moderada e grande amplitude. Oscilações periódicas, quase periódicas e caóticas são observadas.

Várias bifurcações secundárias do tipo sela-nó são também observadas, levando à coexistência de várias soluções estáveis na região de ressonância. Isto

leva à possibilidade de diversos saltos dinâmicos entre os múltiplos ramos de soluções estáveis. Estes saltos levam a transientes que podem gerar picos de tensões e deformações e que podem influir na integridade da estrutura. A multiplicidade de soluções gera também sensibilidade às condições iniciais e perturbações, levando a uma imprevisibilidade quanto ao comportamento da estrutura.

Verifica-se que movimentos não planares e não periódicos são mais facilmente induzidos quando as três frequências naturais de vibração da barra guardam entre si a mesma ordem de grandeza, isto é, na região de ressonância interna 1:1:1. Isto pode ocorrer em seções com baixa rigidez à torção. Devido ao complexo cenário bifurcativo observado em vários dos exemplos estudados, múltiplas soluções estáveis foram detectadas em uma mesma faixa de frequência.

A carga axial possui influência marcante nas frequências naturais, na relação frequência-amplitude e nas curvas de ressonância de barras com excitação harmônica lateral. À medida que a carga axial compressiva aumenta e as frequências naturais de flexão diminuem, a estrutura, que apresentava inicialmente um comportamento não linear com ganho de rigidez (*hardening*), passa a apresentar um comportamento com perda de rigidez (*softening*). Isto se deve a um aumento da não linearidade inercial causado pela carga axial compressiva. Enquanto a não linearidade geométrica leva a um ganho de rigidez, e não linearidade inercial leva a uma perda de rigidez.

Os resultados mostram ainda que em estruturas com seções transversais com dupla simetria, pequenas variações nas dimensões da seção que levem a uma quebra de simetria e, conseqüentemente, ao desaparecimento da ressonância interna, levam a profundas mudanças no cenário bifurcativo do sistema. Os efeitos da quebra de simetria no comportamento dinâmico da barra também são observados quando se consideram nas equações de movimento os termos devido às imperfeições geométricas iniciais. Assim, os resultados indicam que, em sistemas dinâmicos que tenham certas simetrias, deve-se necessariamente estudar o efeito das imperfeições e quebras de simetria para que se possam conhecer os possíveis comportamentos dinâmicos do sistema.

Finalmente, os resultados apresentados mostram que, em estruturas similares às estudadas neste trabalho, ou seja, estruturas unidimensionais, os complexos fenômenos dinâmicos identificados devem constituir-se objetos de

atenção por parte de engenheiros projetistas, visto que estes podem conduzir a estrutura com comportamentos indesejáveis e, até mesmo, perigosos.

## 6.2.

### Propostas para continuação desta tese

Para o prosseguimento deste trabalho de pesquisa, são sugeridos os seguintes tópicos:

- Considerar na formulação, além do efeito das cargas axiais e distribuídas, já implementadas na presente análise, o efeito de massas concentradas e variação da seção transversal com a finalidade de tornar mais abrangente a formulação;
- Estudar o efeito das cargas axiais compressivas nos modos de vibração para tornar mais precisos os modelos de ordem reduzida;
- Modificar a formulação para seções não simétricas, tais como, as seções “U” e “L”, com o objetivo de derivar um modelo que seja preciso e consistente em todas as situações e que possa ser usado na análise de perfis de chapas dobradas a frio;
- Estudar a importância de possíveis ressonâncias internas 1:3 e 1:5 no comportamento dinâmico do sistema;
- Incluir na formulação os efeitos devidos a deslocamentos de base;
- Analisar a influência da assimetria da seção transversal nas vibrações livres e forçadas na presença de ressonância interna flexão-flexão-torção e as bifurcações decorrentes desta interação, quando a barra estiver submetida a movimentos de base longitudinais e transversais;
- Estudar a integridade da resposta dinâmica com base na análise da evolução das bacias de atração;
- Considerar a barra estaiada e estudar o seu comportamento dinâmico não linear;
- Por fim, realizar ensaios experimentais, buscando mensurar a taxa de amortecimento do sistema e ilustrar os fenômenos dinâmicos não lineares postos em evidência pelos ensaios numéricos realizados.