



**José Francisco Roca Reyes**

**Análise numérica do escoamento de emulsões  
através de capilares retos e capilares com  
garganta**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Rio de Janeiro  
Setembro de 2011



**José Francisco Roca Reyes**

**Análise numérica do escoamento de emulsões  
através de capilares retos e capilares com  
garganta**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

**Prof. Angela Ourivio Nieckele**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Francisco Ricardo da Cunha**

Departamento de Engenharia Mecânica - UNB

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de Setembro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

**José Francisco Roca Reyes**

Graduou-se em Engenharia Mecatrônica na *Universidad Nacional de Ingeniería - UNI* (Lima, Perú) em 2008.

Ficha Catalográfica

Roca Reyes, José Francisco

Análise numérica do escoamento de emulsões através de capilares retos e capilares com garganta / José Francisco Roca Reyes; orientador: Márcio da Silveira Carvalho. — 2011.

72 f.: il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Emulsões. 3. Capilares. 4. Superfície Livre. 5. Método de Elementos Finitos. 6. Método de “Level Set”. I. Carvalho, Márcio da Silveira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD:621

## Agradecimentos

Dedicado aos meus pais Rita e José pelo apoio todo este tempo e especialmente ao meu irmão Juan Carlos.

A meu orientador Prof. Márcio pela confiança e suporte acadêmico, aos meus colegas dos Departamentos de Mecânica e Civil, especialmente a Juliana, Nilthson, Danmer e Nilton.

Finalmente, CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

## Resumo

Roca Reyes, José Francisco; Carvalho, Márcio da Silveira. **Análise numérica do escoamento de emulsões através de capilares retos e capilares com garganta.** Rio de Janeiro, 2011. 72p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Emulsões podem ser usadas como agentes de controle de mobilidade em métodos de recuperação avançada de petróleo com o objetivo de obter uma varredura mais uniforme do reservatório. O uso e otimização desta técnica requer um perfeito entendimento do escoamento de emulsões através de meios porosos. O escoamento macroscópico é função direta do escoamento na escala do poro, na qual emulsões não podem ser tratadas como um fluido não Newtoniano monofásico, já que as gotas são de tamanho semelhante às gargantas dos poros. Na escala microscópica, o escoamento de emulsões deve ser modelado como um escoamento bifásico incluindo efeitos capilares. Para determinar o efeito da tensão interfacial, razão de viscosidades, tamanho de gota e geometria do tubo capilar na relação vazão - diferença de pressão do escoamento, um método do tipo *Level Set*, incluindo forças de tensão interfacial, foi desenvolvido e incorporado a um programa para solução implícita da equação de Navier - Stokes transiente baseado no método de elementos finitos. Os resultados mostram que o controle de mobilidade é obtido através de dois mecanismos. O primeiro é baseado na simples substituição de um líquido menos viscoso por outro mais viscoso; e o outro baseado as forças capilares associadas a deformação da gota durante a sua passagem pela garganta do capilar. Os resultados podem ser usados na construção de um modelo constitutivo na escala de poro que será incorporado em um modelo de rede de capilares que está sendo desenvolvido para o estudo de escoamento de emulsões através de meios porosos.

## Palavras-chave

Emulsões   Capilares   Superfície Livre   Método de Elementos Finitos  
Método de “Level Set”

## Abstract

Roca Reyes, José Francisco; Carvalho, Márcio da Silveira (Advisor). **Numerical Analysis of the flow of emulsion through straight and constricted capillaries**. Rio de Janeiro, 2011. 72p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Emulsion can be used as a mobility control agent in enhanced oil recovery methods in order to achieve a more efficient sweep of the reservoir. The application of such technique requires full understanding of how emulsions flow in a porous material. The macroscopic flow behavior can be determined based on the pore scale flow, at which emulsions cannot be treated as a single phase non Newtonian liquid, since the drop diameters are in the same order of magnitude of the pore throats. In the pore scale, emulsion flow needs to be studied as a two phase flow including capillary effects. In order to determine the effect of interfacial tension, viscosity ratio, drop size and capillary geometry in the pressure drop of the flow of a single oil drop immersed in water through a straight and constricted capillary, a *Level Set* type method including surface tension forces was incorporated to a fully coupled implicit Navier - Stokes solver using finite element method. The results clearly show that mobility control is achieved by two different mechanisms. One based on the simple substitution of a low viscosity by a high viscosity liquid and the other based on the capillary forces associated with the drop deformation as it flows through the constriction. The results can be used to construct a pore level model that will be incorporated in a capillary network model to study flow of emulsions through porous media.

## Keywords

Emulsions   Capillaries   Free Surface   Finite Element Method   Level Set Method

# Sumário

Sumário das notações	12
1 Introdução	14
1.1 Métodos de recuperação avançada de óleo	15
1.2 Revisão bibliográfica: Injeção de emulsões	16
1.3 Objetivos do trabalho	20
1.4 Roteiro da dissertação	20
2 Modelagem Matemática do Problema	21
2.1 Descrição do problema	21
2.2 Formulação matemática	22
2.2.1 Equações de conservação da quantidade de movimento linear e massa	22
2.2.2 Método de <i>Level Set</i>	23
2.2.3 Aplicação das condições de contorno	27
3 Método Numérico	29
3.1 Formulação integral das equações de Navier - Stokes e <i>Level Set</i>	29
3.2 Método de elementos finitos	30
3.2.1 Definição das funções base	30
3.2.2 Cálculo do vetor resíduo	32
3.2.3 Cálculo da matriz jacobiana	33
3.2.4 Método de Newton, solução do problema não linear	36
3.2.5 Método de Euler implícito, solução do problema transiente	37
3.2.6 Modelagem da tensão interfacial	37
4 Resultados Numéricos	41
4.1 Escolha do passo de tempo, perda da conservação de massa	42
4.2 Escoamento sem efeito da tensão interfacial (Número de capilaridade $Ca$ infinito)	46
4.2.1 Capilar reto	46
4.2.2 Capilar com garganta	49
4.3 Escoamento com efeito da tensão interfacial (Número de capilaridade $Ca$ finito)	51
4.3.1 Validação do modelo desenvolvido	54
4.3.2 Capilar reto	57
4.3.3 Capilar com garganta	59
5 Comentários finais e sugestões	64
Referências Bibliográficas	66
A Primeiro Apêndice	68
A.1 Cálculo dos termos de tensor de tensões	68
B Segundo Apêndice	70

B.1	Cálculo dos termos adicionais da matriz $\mathbf{J}_{\mathbf{RP}}$	70
B.2	Cálculo das derivadas da curvatura $k$ em função de $C_{Rj}$ e $C_{Zj}$	71
B.3	Cálculo dos novos termos da matriz $\mathbf{J}_{\mathbf{RP}}^{**}$	71



## Lista de figuras

1.1	(a) Representação do espaço vazio no meio poroso e (b) modelo rede de capilares[3]	17
1.2	Representação do mecanismo de bloqueio e modelo do capilar com garganta[5]	18
1.3	Mecanismo do bloqueio de poro[7]	18
2.1	Gota em um capilar	21
2.2	Função Heaviside suavizada	24
2.3	Definição de $c$ em função de $d$	26
2.4	Campo escalar $c$ no domínio do capilar	26
2.5	Função Delta	27
2.6	Condições de contorno para malha gerada	28
4.1	Malhas com $18 \times 144$ elementos cada uma.	41
4.2	Desenho do capilar com garganta utilizando três arcos de circunferência.	42
4.3	Relação diferença de pressão - vazão para diferentes capilares com $\rho = 1000kg/m^3$ e $\mu = 0,11Pa.s$ .	43
4.4	Malha do capilar reto $15 \times 150$ elementos.	43
4.5	Evolução do volume da gota no tempo para $Q = 0,07ml/h$ .	44
4.6	Evolução da interface da gota no capilar reto para $Q = 0,07ml/h$ .	44
4.7	Variação do volume da gota para diferentes vazões.	45
4.8	Variação do volume da gota para diferentes passos de tempo usando uma vazão $Q = 0,05ml/h$ .	45
4.9	Evolução da pressão para diferente razão de diâmetros e razão de viscosidades 2 : 1.	47
4.10	Evolução da pressão para diferente razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.	47
4.11	Evolução do volume da gota no tempo e razão de viscosidades 10 : 1.	48
4.12	Fator de bloqueio em função da razão de diâmetros para um capilar reto.	49
4.13	Pressão ao longo da linha de simetria com $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$ .	49
4.14	Evolução da gota com razão de viscosidades 10 : 1 e $z_0 = -0,15mm$ .	50
4.15	Evolução da pressão para um capilar com garganta e diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 2 : 1.	50
4.16	Evolução da pressão para um capilar com garganta e diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.	51
4.17	Evolução do volume da gota no tempo e razão de viscosidades 10 : 1.	52
4.18	Fator de bloqueio em função do tamanho de gota para um capilar com constrição.	52
4.19	Deslocamento da gota nos instantes $t = 10dt$ , $t = 600dt$ , $t = 1200dt$ e $t = 1800dt$ e razão de viscosidades 10 : 1.	53
4.20	Campo da curvatura $k$	53
4.21	Faixa $k\delta$ onde é calculada a força.	54

4.22	Varição da forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 para $Ca = 0, 10$ ; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} =$ (a)0,726; (b)0,914 e (c)1,1.	55
4.23	Varição da forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 para $Ca = 0, 10$ ; Martinez e Udell (1990).	55
4.24	Relação comprimento - raio de gota para diferentes tamanhos.	56
4.25	Efeito do número de capilaridade $Ca$ na forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 e $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} = 0,726$ ; (a) $Ca = 0, 10$ ; (b) $Ca = 0, 25$ e (c) $Ca = 0, 75$ .	56
4.26	Queda de pressão adicional em função dos tamanhos de gota para diferentes $Ca$ : linhas contínuas – Martinez e Udell [10];* e o – resultados do presente trabalho.	57
4.27	Evolução da pressão para um capilar reto e diferentes tamanhos de gota, razão de viscosidades 10 : 1 e $Ca = 0, 26$ .	58
4.28	Pressão ao longo da linha de simetria $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$ , razão de viscosidades 10 : 1 e tensão interfacial $\sigma = 1, 1mN/m$ .	59
4.29	Velocidade ao longo da linha de simetria $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$ , razão de viscosidades 10 : 1 e tensão interfacial $\sigma = 1, 1mN/m$ .	60
4.30	(a) Queda da pressão no tempo e (b) evolução do volume da gota no tempo, razão de viscosidades 10 : 1 e tensão interfacial $\sigma = 1, 1mN/m$ .	60
4.31	Fator de bloqueio $f$ em função de $Ca$ para diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.	61
4.32	Deslocamento da gota nos instantes $t = 10dt$ , $t = 600dt$ , $t = 1200dt$ , $t = 1800dt$ e $t = 2100dt$ com $dt = 3 \times 10^{-5}s$ , $Ca = 0, 066$ ; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} = 0, 6$ e razão de viscosidades 10 : 1.	61
4.33	Evolução da pressão para um capilar com garganta $Ca = 0, 066$ ; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} = 0, 6$ e razão de viscosidades 10 : 1.	62
4.34	Campo escalar $c(\bar{x})$ para diferentes instantes de tempo com $\Delta t = 3 \times 10^{-5}s$ .	63
4.35	Fator de bloqueio $f$ em função de $Ca$ para diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.	63

## Lista de tabelas

3.1	Número de graus de liberdade total por elemento	40
4.1	Razão de diâmetros para diferentes geometrias de gota	46

## Sumário das notações

### Símbolos Romanos

$M$	eficiência de varrido horizontal
$k_w, k_o$	permeabilidade efetiva de óleo e água
$Ca$	número de capilaridade
$Re$	número de Reynolds
$V$	velocidade média
$r, \theta, z$	coordenadas cilíndricas
$t$	variável independente tempo
$l$	índice das fases: $w$ ou $o$
$\bar{u}$	campo vetorial de velocidade
$\bar{T}$	tensor de tensões
$T_{zz}, T_{zr}, T_{rr}, T_{\theta\theta}$	componentes do tensor $\bar{T}$
$f^B$	força de corpo
$p$	campo de pressão
$\bar{t}, \bar{n}$	vetores unitários tangencial e normal
$s$	comprimento de arco
$c$	campo escalar convectado
$H_\epsilon$	função Heaviside suavizada
$d(\bar{x})$	função distância
$\bar{x}$	ponto qualquer pertencente ao domínio
$\bar{x}_c$	ponto pertencente à interface
$h_i$	espessura da interface
$k$	curvatura
$c_r, c_z$	derivadas do campo $c$ em relação às coordenadas $r$ e $z$
$Q$	vazão
$R$	raio do capilar
$L$	comprimento capilar
$P^*$	pressão na saída
$W$	função peso vetorial
$v_r, v_z$	componentes da velocidade
$f_r, f_z$	componentes da força no contorno
$f_r^B, f_z^B$	componentes da força distribuídas no corpo
$S_V$	vetor solução
$h_e$	parâmetro da formulação SUPG

<b>R</b>	vetor de resíduos
<b>J</b>	matriz jacobiana
<b>M</b>	matriz massa
<b>J<sub>RP</sub></b>	matriz jacobiana em regime permanente
<i>n</i>	n-ésima iteração do método de Newton
<i>i</i>	i-ésimo instante de tempo do método Euler implícito
<i>A</i>	área da seção transversal
<i>h</i>	comprimento característico do elemento
<i>d<sub>gota</sub>, D<sub>capilar</sub>, D<sub>garganta</sub></i>	diâmetro da gota, do capilar e da garganta respectivamente
<i>v<sub>gota</sub>, v<sub>capilar</sub></i>	volume da gota e do capilar respectivamente
<i>R<sub>gota</sub>, L<sub>gota</sub></i>	raio e comprimento da gota respectivamente
<i>dt</i>	passo de tempo
<i>f</i>	fator de bloqueio

### Símbolos Gregos

$\rho$	massa específica
$\mu, \mu_w, \mu_o, \mu_1, \mu_2$	viscosidades dinâmicas
$\sigma$	tensão interfacial
$\Omega$	domínio do problema
$\Omega_1, \Omega_2$	domínios de óleo e água
$\Gamma$	contorno do domínio $\Omega$
$\partial\Omega$	interface
$\delta$	função delta
$\varepsilon$	parâmetro da função Heaviside
$\varepsilon_c$	parâmetro da função distancia
$\psi$	função peso
$\phi, \chi, \varphi$	funções peso e base
$\xi, \eta$	coordenadas elementares
$\Delta z_{malha}$	comprimento do elemento na direção <i>z</i>
$\Delta t$	passo de tempo
$\Delta P, \Delta P_c, \Delta P_{max}, \Delta P^+$	diferença de pressões

### Sub-índice

<i>o</i>	óleo
<i>w</i>	água