

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Márcio Nascimento de Souza Leão

**Modelagem em Experimentos com
Mistura e Mistura-Processo**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Antonio Fernando de Castro Vieira

Rio de Janeiro
Dezembro de 2011



Márcio Nascimento de Souza Leão

**Modelagem em Experimentos com
Mistura e Mistura-Processo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Antonio Fernando de Castro Vieira

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Luiz Henrique Abreu Dal Bello

Co-orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Eugenio Kahn Epprecht

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Flávia Cesar Teixeira Mendes

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico e Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de dezembro de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Márcio Nascimento de Souza Leão

Graduou-se em Engenharia Mecânica e de Automóveis pelo Instituto Militar de Engenharia (IME) no ano de 2005.

Ficha Catalográfica

Leão, Márcio Nascimento de Souza

Modelagem em experimentos com mistura e mistura-processo / Márcio Nascimento de Souza Leão ; orientador: Antonio Fernando de Castro Vieira. – 2011.

77 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Experimentos com mistura. 3. Variáveis de processo. 4. Regressão linear. 5. Critério de informação. 6. Otimização. I. Vieira, Antonio Fernando de Castro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

A minha amada esposa, pelo incentivo e apoio nos bons e difíceis momentos de nossas vidas.

Agradecimentos

A Deus, pela oportunidade concedida.

Ao Exército Brasileiro, por permitir a realização deste curso.

Ao meu orientador Professor Antonio Fernando de Castro Vieira, pela orientação ímpar na realização deste trabalho.

Ao meu co-orientador Luiz Henrique Abreu Dal Bello, por todo o apoio.

Ao meu amigo Gustavo Simão Rodrigues, pelo incentivo em realizar este curso.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Industrial, pelos ensinamentos e pela ajuda.

A minha esposa Karine, pela compreensão e apoio moral.

Por fim, os meus pais, pelo apoio e suporte necessário.

Resumo

Leão, Márcio Nascimento de Souza; Vieira, Antonio Fernando de Castro. **Modelagem em Experimentos com Mistura e Mistura-Processo**. Rio de Janeiro, 2011. 77p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação é apresentada uma síntese das técnicas estatísticas necessárias ao planejamento e análise de experimentos com mistura e mistura-processo, e é apresentada uma metodologia original indicada para a seleção de modelos, especialmente para aqueles com forte colinearidade entre os níveis dos componentes da mistura, utilizando um critério baseado na Teoria da Informação. A metodologia é ilustrada com dois exemplos da literatura. Aplicando esta metodologia aos dois estudos de caso, tem-se como objetivo a seleção de modelos melhores dos que os apresentados inicialmente nos dois exemplos. Com os modelos definidos, foram determinadas as proporções ótimas dos componentes de mistura e os níveis ótimos das variáveis de processo para cada um dos exemplos. A metodologia desenvolvida para seleção de modelos, consistindo de duas etapas, provou ser eficiente nos dois casos estudados.

Palavras-chave

Experimentos com mistura; variável de processo; regressão linear; critério de informação; otimização.

Abstract

Leão, Márcio Nascimento de Souza; Vieira, Antonio Fernando de Castro (Advisor). **Modeling in Mixture and Mixture-Process Experiments**. Rio de Janeiro, 2011. 77p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation presents a summary of the statistical techniques necessary for planning and analysis of mixture and mixture-process experiments and presented an original methodology is indicated for the selection of models, especially for those with high collinearity between the components levels of the mixture, using a criterion based on information theory. The methodology is illustrated with two examples from the literature. Applying this methodology to two case studies has as its objective the selection of the best models than presented in the originally two examples. With the models defined, were determined optimal proportions of the mix components and the optimal levels of the process variables for each two examples. The methodology developed for model selection, which consists of two steps, proved to be efficient in both studied cases.

Keywords

Mixture experiments; process variable; linear regression; information criterion; optimization.

Sumário

1	Introdução	15
1.1.	Justificativa do Trabalho	16
1.2.	Objetivos do Trabalho	17
1.2.1.	Objetivo Principal	17
1.2.2.	Objetivos Secundários	17
1.3.	Estrutura do Trabalho	18
1.4.	Softwares Utilizados	19
2	Experimentos com Mistura	21
2.1.	Modelos de Scheffé para Experimentos com Mistura	22
2.2.	Pseudocomponentes	23
2.3.	Exemplo 1	25
3	Experimentos Mistura-Processo	28
3.1.	Modelo para Variáveis de Processo	29
3.2.	Modelos de Experimentos com Mistura incluindo Variáveis de Processo	29
3.3.	Exemplo 2	32
4	Critérios de Seleção e Metodologia Proposta	35
4.1.	Critérios de Informação	35
4.1.1.	Critério de Akaike (AIC)	36
4.1.2.	Critério AIC_c	37
4.1.3.	Conceito de Indiferença de AIC_c	37
4.2.	$PRESS$ e MSE	38
4.3.	Metodologia Proposta	39
4.4.	Estudo de Caso 1	40
4.5.	Estudo de Caso 2	49
5	Otimização da Resposta	67

5.1. Caso 1	67
5.2. Caso 2	69
6 Síntese e Conclusões	72
6.1. Oportunidade de Melhoria e Recomendações para Futuras Pesquisas	73
Referências Bibliográficas	75

Lista de figuras

Figura 1 - Região possível de misturas com 2 e 3 componentes (a e b respectivamente)	21
Figura 2 - Sistema de coordenadas trilinear	22
Figura 3 - Restrições a) inferiores e b) superiores nas proporções dos componentes	24
Figura 4 - Experimento da espuma do xampu	26
Figura 5 - Mistura de 3 componentes com 2 variáveis de processo	30
Figura 6 - Experimento do adesivo aeroespacial	34
Figura 7 - AIC_c mínimo em função do número de parâmetros	41
Figura 8 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos <i>studentized</i>	45
Figura 9 - Gráfico de resíduos <i>studentized versus run number</i>	45
Figura 10 - Gráfico de resíduos <i>studentized versus</i> valor ajustado	46
Figura 11 - Gráfico para verificação de não constância da variância	46
Figura 12 - Gráfico de contorno da previsão da resposta para os modelos (2.9) e (2.10)	47
Figura 13 - Gráfico de contorno do desvio-padrão da média para os modelos (2.9) e (2.10)	47
Figura 14 - Gráfico de contorno da previsão da resposta para o Modelo Final (4.15)	48
Figura 15 - Gráfico de contorno do desvio-padrão da média para o Modelo Final (4.15)	48
Figura 16 - AIC_c mínimo em função do número de parâmetros	50
Figura 17 - AIC_c mínimo em função do número de parâmetros	57
Figura 18 - Gráfico de probabilidade normal dos resíduos <i>studentized</i>	62
Figura 19 - Gráfico de resíduos <i>studentized versus run number</i>	62
Figura 20 - Gráfico de resíduos <i>studentized versus</i> valor ajustado	63
Figura 21 - Gráfico para verificação de não constância da variância	63
Figura 22 - Gráficos de contorno da previsão da resposta para o modelo (3.8)	64

Figura 23 - Gráficos de contorno do desvio-padrão da média para o modelo (3.8)	64
Figura 24 - Gráficos de contorno da previsão da resposta para o Modelo Final (4.21)	65
Figura 25 - Gráficos de contorno do desvio-padrão da média para o Modelo Final (4.21)	66

Lista de tabelas

Tabela 1 - Experimento da altura da espuma do xampu em L-pseudocomponentes	26
Tabela 2 - Experimento da força do adesivo aeroespacial em L-pseudocomponentes	33
Tabela 3 - p versus $\min[AIC_c(p)]$	41
Tabela 4 - Modelos indiferentes (M1 a M4)	42
Tabela 5 - Teste do Modelo (4.13)	42
Tabela 6 - Termos Equivalentes	43
Tabela 7 - Modelos indiferentes (M5 e M6)	43
Tabela 8 - Teste do Modelo Final (4.15)	44
Tabela 9 - Número de modelos em função do número de parâmetros	49
Tabela 10 - p versus $\min[AIC_c(p)]$	50
Tabela 11 - Modelos indiferentes (M7 a M14)	52
Tabela 12 - Modelos indiferentes (M15 a M22)	53
Tabela 13 - Modelos indiferentes (M23 a M29)	54
Tabela 14 - Teste do Modelo (4.19)	55
Tabela 15 - Termos Equivalentes	56
Tabela 16 - p versus $\min[AIC_c(p)]$	56
Tabela 17 - Modelos indiferentes (M30 a M37)	58
Tabela 18 - Modelos indiferentes (M38 a M45)	59
Tabela 19 - Modelos indiferentes (M46 e M52)	60
Tabela 20 - Teste do Modelo Final (4.21)	61
Tabela 21 - Comparativo dos Modelos de Mistura	68
Tabela 22 - Valores dos componentes de mistura em L-pseudocomponentes e <i>actual</i> componentes	68
Tabela 23 - Comparativo dos Modelos de Mistura-Processo	69

Tabela 24 - Valores dos componentes de mistura em L-pseudocomponentes e componentes reais e níveis das variáveis de processo	70
Tabela 25 - Comparativo dos Modelos de Mistura-Processo (Condição sugerida pelo experimentador)	71
Tabela 26 - Valores dos componentes de mistura em componentes reais e níveis das variáveis de processo (Condição sugerida pelo experimentador)	71

“Pensar é o trabalho mais difícil que existe. Talvez por isso tão poucos se dediquem a ele.”

Henry Ford